



**UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA**



**LENGUAJES Y
CIENCIAS DE LA
COMPUTACIÓN**
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

TESIS DOCTORAL

Optimización multi-objetivo aplicada a problemas reales de ingeniería civil

Autor

Gustavo Rubén Zavala

Directores

Dr. Antonio Jesús Nebro Urbaneja

Departamento

Lenguajes y Ciencias de la Computación

Universidad de Málaga

Dr. Francisco Luna Valero

Departamento

Lenguajes y Ciencias de la Computación


Universidad de Málaga

Septiembre de 2015



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

AUTOR: Gustavo Rubén Zavala

 <http://orcid.org/0000-0002-2425-0026>

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización
pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer
obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de
Málaga (RIUMA): riuma.uma.es

Los Drs. **Antonio Jesús Nebro Urbaneja**, Profesor Titular del Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación de la Universidad de Málaga, y **Francisco Luna Valero**, Profesor Ayudante Doctor del Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación de la Universidad de Málaga.

Certifican

que **D. Gustavo Rubén Zavala**, Ingeniero en Construcciones e Ingeniero Hidráulico por la Universidad Nacional del Nordeste, de la ciudad de Resistencia, provincia del Chaco, Argentina, ha realizado en el Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación de la Universidad de Málaga, bajo sus direcciones, el trabajo de investigación correspondiente a su Tesis Doctoral titulada

Optimización multi-objetivo aplicada a problemas reales de ingeniería civil

Revisado el presente trabajo, estimamos que puede ser presentado al tribunal que ha de juzgarlo, y autorizamos la presentación de esta Tesis Doctoral en la Universidad de Málaga.

En Málaga, Septiembre de 2015

Firmado: **Dr. Antonio Jesús Nebro Urbaneja**
Profesor Titular del Dpto. de Lenguajes y Ciencias
de la Computación de la Universidad de Málaga y

Dr. Francisco Luna Valero
Profesor Ayudante Doctor del del Dpto. de Lenguajes y Ciencias
de la Computación de la Universidad de Málaga

Agradecimientos

La Tesis es el resultado de un trabajo interdisciplinario con la participación de profesiones de las áreas de la Ingeniería Informática y de la Ingeniería Civil, respaldado por la Universidad de Málaga (UMA), que contribuyó con la formación y la enseñanza, solventó económicamente y proveyó la logística para iniciar y finalizar la Tesis. También debo agradecer a otros organismos que me acompañaron de cerca, entre ellos la Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado (AUIP), la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), Chaco, Argentina, donde obtuve el título de grado y la Universidad de Ciencias de la Informática (UCI), La Habana, Cuba, lugar donde inicié el camino y me albergó durante la Maestría.

Quiero agradecer especialmente a mis directores de Tesis, Antonio y Francisco, quienes fueron pacientes conmigo, encontrando en ellos la ayuda, el respaldo y el conocimiento en el mejor de los ambientes de trabajo. También agradezco a los Drs. Carlos A. Coello Coello y Juan J. Durillo, quienes participaron en las investigaciones y son co-autores de algunos de los artículos que avalan la tesis, y al Dr. Jorge Victor Pilar, ex-decano de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, quien avaló mi perfil profesional.

Agradezco a mi esposa Dora el haberme facilitado en este tiempo la tarea de padre de nuestros hijos Debra, Alejo y Virginia, familia que me contuvo con amor en cada momento, tuvieron comprensión y paciencia cuando estuve ausente físicamente. A mi madre Edit como ejemplo de abnegación, dedicación y trabajo. Por último agradezco a mis compañeros de laboratorio de la UMA y de la UCI, con los cuales compartí momentos muy gratos. Otras personas han contribuido en mi tesis y están en mis recuerdos.

Finalmente, un especial reconocimiento y agradecimiento a la AUIP y a la UMA por concederme la oportunidad de cursar el master de Ingeniería del Software e Inteligencia Artificial UMA-UCI, con lo que pude concretar las condiciones necesarias para la lectura de la tesis integrado en el Grupo de Investigación Khaos del Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación de la UMA.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos y Fases	5
1.3. Contribuciones de la Tesis	7
1.4. Organización de la Tesis	8
2. Diseño de estructuras civiles	9
2.1. Estructuras de barras	9
2.2. Procedimiento de diseño sin optimización	10
2.3. Procedimiento de diseño con optimización	11
2.4. Problemas de estructuras propuestos	12
2.4.1. Puente 25N35E	13
2.4.2. Puente 133N221E	13
2.4.3. Puente 837N1584E	14
3. Fundamentos de metaheurísticas para optimización multi-objetivo	17
3.1. Definición de metaheurística	17
3.2. Clasificación de las metaheurísticas	20
3.3. Metaheurísticas multi-objetivo	22
3.3.1. Conceptos básicos	23
3.3.2. Metas en la resolución de problemas de optimización multi-objetivo	26
3.4. Metaheurísticas paralelas	30
3.5. Evaluación estadística de resultados	32
3.5.1. Indicadores de calidad	32
3.5.2. Análisis estadístico de los resultados	34
4. Trabajos Publicados	37
4.1. Listado de las Contribuciones	37
4.2. Resumen de los artículos que avalan la tesis	38
4.2.1. A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization	38
4.2.2. Integrating a multi-objective optimization framework into a structural design software	40
4.2.3. Structural Design using Multi-objective Metaheuristics. Comparative Study and Application to a Real-World Problem	40
4.2.4. Distributed multi-objective metaheuristics for real-world structural optimization problems	41



5. Conclusiones y trabajo futuro	43
5.1. Resumen del trabajo realizado	43
5.2. Resumen de contribuciones	43
5.3. Líneas de trabajo futuro	44
A. Cálculo de estructuras	47
A.1. Análisis Matricial de Estructuras	47
A.2. Matriz de rigidez no-lineal geométrica de segundo orden	61
A.3. Evaluaciones de las tensiones	65

Capítulo 1

Introducción

La ingeniería civil es una disciplina que se ocupa del diseño, construcción y mantenimiento de infraestructuras como puentes, carreteras, túneles, canales, embalses para la regulación de ríos y para la generación de energía eléctrica, acueductos, redes de agua, edificios y torres, naves para plantas industriales, entre muchos otros [Ins15]. Estas obras de gran envergadura requieren de un elevado costo de inversión, dentro del cual se incluyen los relacionados con los materiales. Para que los materiales estén disponibles al pie de la obra deben haber pasado varios procesos: explotación de yacimientos, extracción de la materia prima (madera, suelo, roca, minerales, etc.), transformación e industrialización (barras y perfiles de acero, cemento, cal, etc.) y distribución. Los costos de estas operaciones no son meramente económicos, ya que también están los asociados a la alteración, degradación y contaminación del medio ambiente, que son difíciles de valorar. Determinar las cantidades óptimas de materiales garantizando que la obra civil sea confiable, estable y segura es tarea del ingeniero civil.

1.1. Motivación

Hay dos palabras claves que se han utilizado en la sección anterior, cantidad y seguridad. Si nuestro proyecto no tuviera un equilibrio entre cantidad de materiales y seguridad, en pos de la seguridad se utilizaría una cantidad mayor de materiales de la necesaria para aumentar la robustez de la obra final, aumentando los costes del proyecto, por lo que tal vez sería inviable construirlo. Además, si éste se reproduce en otros proyectos aceleraríamos el proceso de degradación del medio ambiente por el aumento de la demanda de la materia prima, incrementando también la contaminación por polución generados por la industrialización. Si observa desde la otra perspectiva, economizar en demasía, reduciendo la cantidad de materiales inherentes a la resistencia y estabilidad de la obra, se estaría moviendo la línea hacia el límite del servicio aceptable o admisible y, pasado éste, aumentaría el riesgo de la seguridad. La falta de materiales en lugares críticos es una de las causas del elevado costo de mantenimiento, de la falta de comodidad por vibraciones y del acortamiento de la vida útil por reducción del tiempo de durabilidad de lo edificado. Si a esto se agregan imprevistos o acciones imprevisibles se corre el riesgo de colapso o excesiva deformación a temprana edad, haciendo que lo edificado salga de servicio antes de lo previsto.

En esta tesis se va a considerar el diseño de un tipo de construcciones civiles concreto, las estructuras civiles de barras definidas en el espacio y calculadas íntegramente como un todo y no por partes individuales. Se incluyen, pero no se abordan, problemas de estructuras planas (2D) o simplificaciones de estructuras que opten por soluciones de elementos coincidentes con un único plano respecto a las disposiciones geométricas o de cargas. En las estructuras civiles estudiadas se asegura la vida útil teniendo en cuenta la estabilidad, la resistencia y la durabilidad,

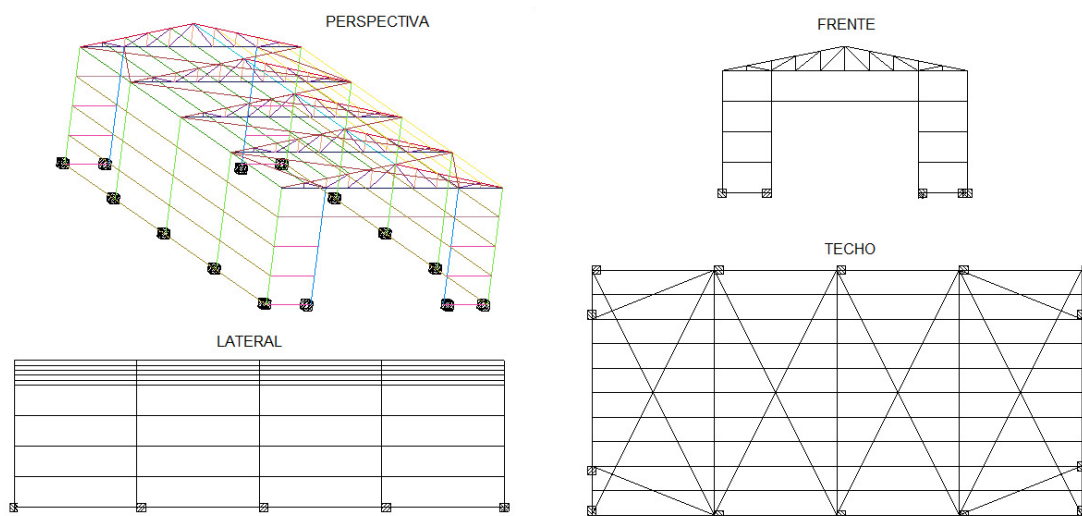


Figura 1.1: Ejemplo de estructura de barras: nave industrial.

contemplándose verificaciones globales, cumpliendo en parte con la seguridad del servicio de que la estructura se mantendría en pie. La seguridad de una estructura está asociada al conocimiento de la resistencia de los materiales y a la ubicación de los volúmenes de los materiales para que resistan y absorban las cargas a las que estará sometida, sin que exista posibilidad de riesgo de colapso o servicio. La seguridad que debe brindar una estructura civil incluye entre otros, el resguardo y protección de personas, animales y bienes ante acciones derivadas de los fenómenos terrestres y climáticos.

Una estructura de barras tiene una disposición lineal esquemática espacial, de forma esquelética o de alambre, siendo los ejes que pasan por el baricentro de la sección transversal las líneas representativas de las barras. Las barras tienen longitud fija y están unidas a otras por nodos, que están definidos en el espacio por un sistema de coordenadas cartesiano de tres ejes. Estos nodos proveen vinculaciones entre las barras. Los nodos y las barras tienen propiedades e identificaciones de modo tal que pueden ubicarse en el espacio y ser individualizados en la topología de la estructura. La topología es la representación esquemática del conjunto de nodos y de barras dispuestos para dar la forma esquelética de la estructura. Un ejemplo se muestra en la Figura 1.1, que incluye una nave industrial.

Entre las complejidades del diseño de estructuras está la manera en que se considera la distribución de los esfuerzos internos o, dicho de otra manera, la distribución del trabajo entre las barras que interactúan solidariamente. Estas distribuciones de fuerzas y desplazamientos en una estructura estarán determinada por el tipo de uniones entre barras. Estas uniones básicamente pueden ser rígidas o articuladas, según algún tipo de rigidez elástica o plástica. Las estructuras articuladas se las conoce como celosías o cerchas (*truss*, en inglés). En ellas las uniones entre las barras son consideradas de resistencia nula al giro relativo; podría decirse que el comportamiento es similares a una bisagra. En cambio, en las estructuras con nodos de considerable rigidez como los pórticos o marcos (*frames*, en inglés), los nodos transmiten los efectos de rotación o deflexión de las barras. En la Figura 1.2 se muestran representaciones reales de estas casos para estructuras planas y espaciales. Algunas estructuras pueden contener vinculaciones mixtas entre las barras.

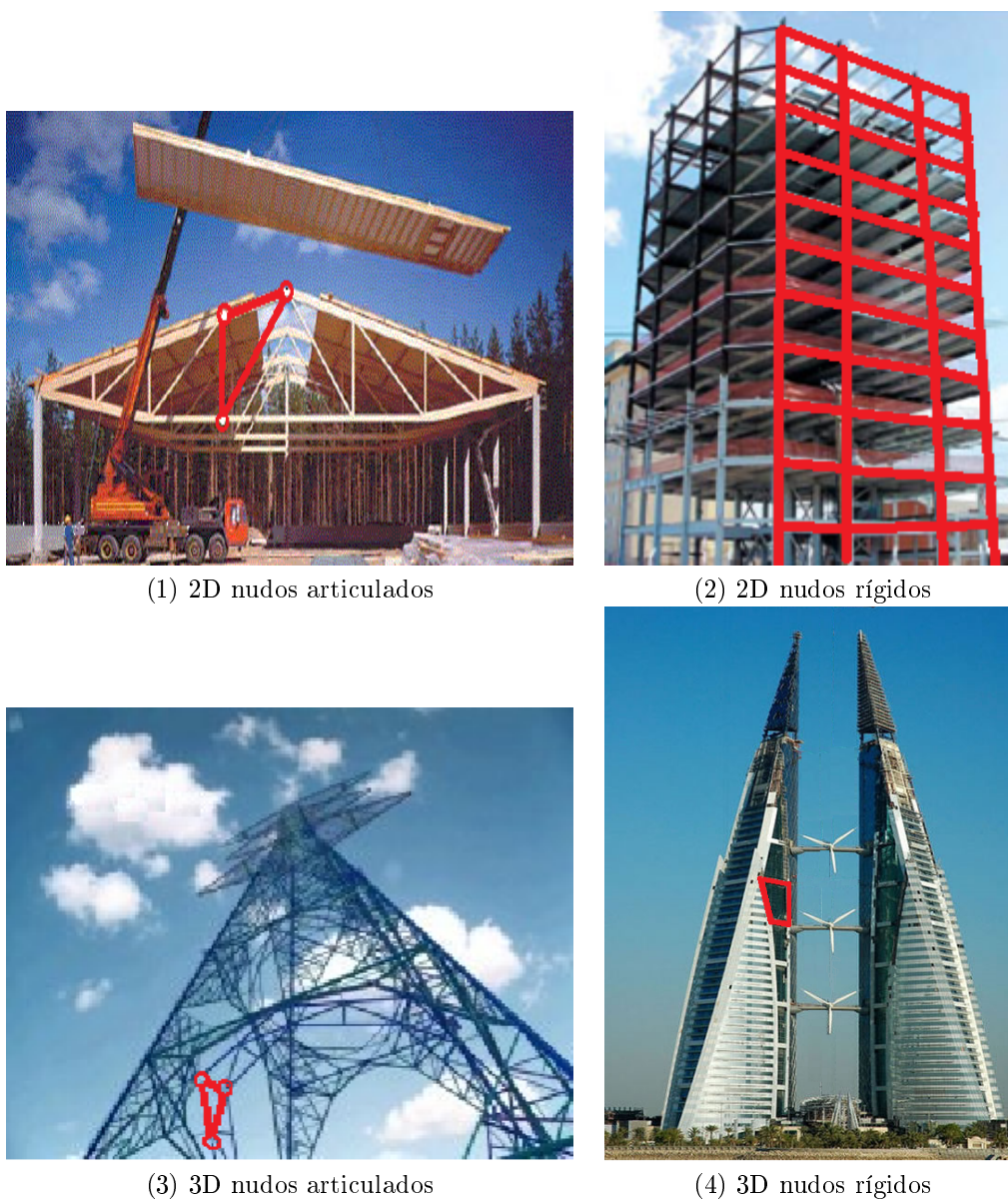


Figura 1.2: Clasificación por la conexión de las barras en las estructuras planas (2D) y espaciales (3D). En las figuras se resaltan líneas en color rojo indicando en la estructura cuales son los elementos barras y sus interconexiones llamados nodos

Entre las formas diversas utilizadas en los diseños de las secciones transversales de las barras se encuentran aquellas que son fácilmente construibles en obra y/o industrializables tales como las rectangulares, rectangulares huecas, circulares, perfiles T y doble T, entre otras (ver Figura. 1.3). Encontrar las medidas de las formas geométricas de las secciones transversales de las barras que son el ancho, el alto y el espesor, constituyen la base de la solución del problema de diseño de estructuras con disposiciones conocida de barras. Estas medidas conforman las variables de decisión de un problema de optimización complejo. La resolución de este problema es el eje sobre el que






Shape																
Variables	y	z	ty	tz	D	y	z	ty	tz	y	z	y	z	ty	tz	N
Position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	N
	4				1	4				2		4					

Figura 1.3: Tipos de formas de las secciones transversales de las barras y representación de sus dimensiones.

gira esta tesis doctoral. Se busca determinar las medidas de las secciones de cada barra con el objetivo de minimizar el peso global de la estructura, es decir, la cantidad de materiales que se necesita para su construcción y, al mismo tiempo, minimizar las deformaciones de la estructura. Este procedimiento con restricciones en las soluciones mejoraría el comportamiento del conjunto de las barras, controlaría y restringiría las deflexiones en ciertos lugares críticos o atendibles sin resignar robustez en las partes. Se intenta, por tanto, optimizar a un mismo tiempo dos objetivos que son contrapuestos entre sí, por lo que se trata de un problema de optimización multi-objetivo.

La principal característica de un problema de optimización multi-objetivo es la no existencia de una única solución que pueda optimizar todos los objetivos al mismo tiempo; por el contrario, la solución a estos problemas es en realidad un conjunto de soluciones de compromiso que se denomina *conjunto de óptimos de Pareto* (también se conoce como *conjunto de Pareto* o *conjunto de soluciones Pareto-óptimas*). La correspondencia de ese conjunto en el espacio de las funciones objetivo es denominado *frente de Pareto* (o también *frontera eficiente*). Las soluciones del conjunto de Pareto son no dominadas, en el sentido que no existe ninguna otra del mismo conjunto que la mejore en todos los objetivos. En el contexto del diseño estructural la implicación es que, dada una estructura concreta, existirá un conjunto de posibles diseños que proporcionarían diferentes alternativas de compromiso entre los dos objetivos en conflicto.

Afrontar la resolución de un problema multi-objetivo requiere dos fases o etapas muy diferenciadas. En primer lugar, está el proceso de optimización, que busca encontrar el frente de Pareto del problema. Este proceso en muchos casos es complejo por varios motivos; por ejemplo, en el caso de problemas continuos dicho frente puede contener un conjunto infinito de puntos o, si el problema es combinatorio con complejidad NP-dura, no existirá un algoritmo que lo pueda resolver en tiempo polinomial. Como consecuencia, la optimización suele consistir en buscar un conjunto de soluciones que constituyan una aproximación razonable al frente de Pareto del problema que se quiere resolver. En segundo lugar, una vez hallada dicha aproximación, el resultado es proporcionado a un experto en el problema que habrá de seleccionar una o varias soluciones de entre las encontradas de forma que se satisfagan determinados criterios. Esta segunda etapa depende de las preferencias del experto, mientras que la primera (el encontrar un frente de soluciones de alta calidad) es un desafío en el contexto de problemas complejos, como es el caso de la optimización del diseño de estructuras.

De entre los distintos métodos computacionales que se pueden usar para resolver problemas de optimización multi-objetivo, esta tesis se centra en las *metaheurísticas* [BR03b]. Éstas son técnicas no exactas que se pueden definir como estrategias de alto nivel que gobiernan a un conjunto

técnicas subyacentes (típicamente de tipo heurístico) con la finalidad de buscar soluciones óptimas o quasi-óptimas para un determinado problema de optimización. Las metaheurísticas son particularmente útiles en el ámbito de la optimización estructural, ya que son capaces de tratar con funciones no lineales y no diferenciables, que son características habitualmente presentes en este tipo de problemas. Otro aspecto atractivo es que, al contrario de lo que ocurre con los métodos de programación matemática tradicionales, las metaheurísticas pueden generar una aproximación al frente de Pareto en una sola ejecución [Mie99].

La optimización multi-objetivo mediante metaheurísticas es un campo abierto de investigación muy activo desde principios del año 2000, cuando se propusieron algoritmos que todavía se consideran de referencia, como NSGA-II y SPEA2, y se publicaron los libros de referencia de K. Deb [Deb01a] y de C. A. Coello *et al* [CVL02]. A modo de curiosidad, es de reseñar que los dos autores más relevantes del área, K. Deb y C. A. Coello Coello, son ingenieros (industrial el primero y civil el segundo).

1.2. Objetivos y Fases

La finalidad de esta tesis es analizar y aplicar técnicas metaheurísticas de optimización multi-objetivo sobre problemas de estructuras, evaluando el comportamiento de las últimas propuestas algorítmicas del estado del arte, que se han omitido constantemente en la literatura especializada, así como la paralelización de las mismas. Con ello se espera promover el uso de estos algoritmos avanzados en el ámbito de la Ingeniería Civil y fomentar así la transferencia entre ambos dominios. También se pretende ofrecer a los investigadores en metaheurísticas un conjunto de problemas de ingeniería de corte real de forma que puedan usarlos como bancos de pruebas en sus algoritmos, ofreciendo así un plus de calidad sobre las investigaciones que típicamente utilizan problemas sintéticos para evaluar el rendimiento de las nuevas técnicas que se proponen.

Los objetivos concretos de este trabajo se pueden enumerar en los siguientes puntos:

- Identificar las líneas de estudios abiertas. Se realizó un análisis de los trabajos existentes sobre metaheurísticas multi-objetivo aplicadas a problemas de diseño de estructuras civiles, que además serviría como referencia para investigadores interesados en la temática abordada.
- Diseñar e implementar una herramienta software para el diseño de estructuras. Esta herramienta se integró al framework de optimización multi-objetivo jMetal [DN11], con lo que se ofrece un producto software integral que cubre todas las fases del proceso, incluyendo el diseño inicial, la optimización del mismo con metaheurísticas, y el apoyo a la toma de decisiones para poder elegir el diseño final según los criterios del ingeniero civil.
- Llevar a cabo un estudio del rendimiento de metaheurísticas multi-objetivo representativas del estado del arte al resolver problemas estructurales reales. Se usaron algoritmos clásicos y modernos, representativos del estado del arte, y se determinaron cuáles de las técnicas produjeron mejores resultados en el diseño de estructuras.
- Estudiar enfoques paralelos para abordar el diseño de estructuras de muy alta complejidad. Se aplicaron técnicas de cómputo distribuido en los problemas de coste computacional relevantes; en concreto, en puentes con una gran cantidad de variables de decisión y restricciones.

Para llevar a cabo estos objetivos se han seguido las siguientes fases, tal como se muestra en la Figura 1.4. En primer lugar se ha realizado una revisión detallada de la literatura especializada en el diseño de estructuras y optimización multi-objetivo. En ese estudio se han identificado lagunas importantes en relación tanto a la ausencia de metaheurísticas modernas como a la poca presencia en los trabajos analizados de problemas reales. Consecuentemente se ha implementado

una herramienta software denominada Ebes para utilizarla como laboratorio de pruebas. Esta herramienta permite verificar el equilibrio y la estabilidad del diseño de estructuras, que ha servido de herramienta base para realizar las investigaciones a desarrollar.

El diseño integral de la estructura se consigue cuando las secciones de las barras que la componen son óptimas. Para ello, se ha integrado el módulo de cálculo y análisis de Ebes dentro del framework de optimización multi-objetivo jMetal. La interacción permite el diseño de estructuras civiles espaciales de barras. La siguiente etapa ha consistido en cubrir esas lagunas con estudios que involucren tanto a algoritmos de última generación como a problemas de corte real. Para ello se han definido varios problemas de este tipo y se han seleccionado metaheurísticas representativas del estado del arte para su utilización. Después de la experimentación mediante estudios algorítmicos comparativos y estudios paramétricos la última fase de la investigación termina analizando los resultados obtenidos, incluyendo la toma de decisiones de las soluciones más prometedoras. Por último, ante las elevadas necesidades de cómputo requeridas para el cálculo de las funciones objetivo cuando la estructura de barras comienza a crecer, se han desarrollado las versiones paralelas de algunas metaheurísticas para reducir el tiempo de ejecución a valores asumibles (del orden de pocas horas en lugar de varios meses), usando hasta 420 procesadores en a la vez.

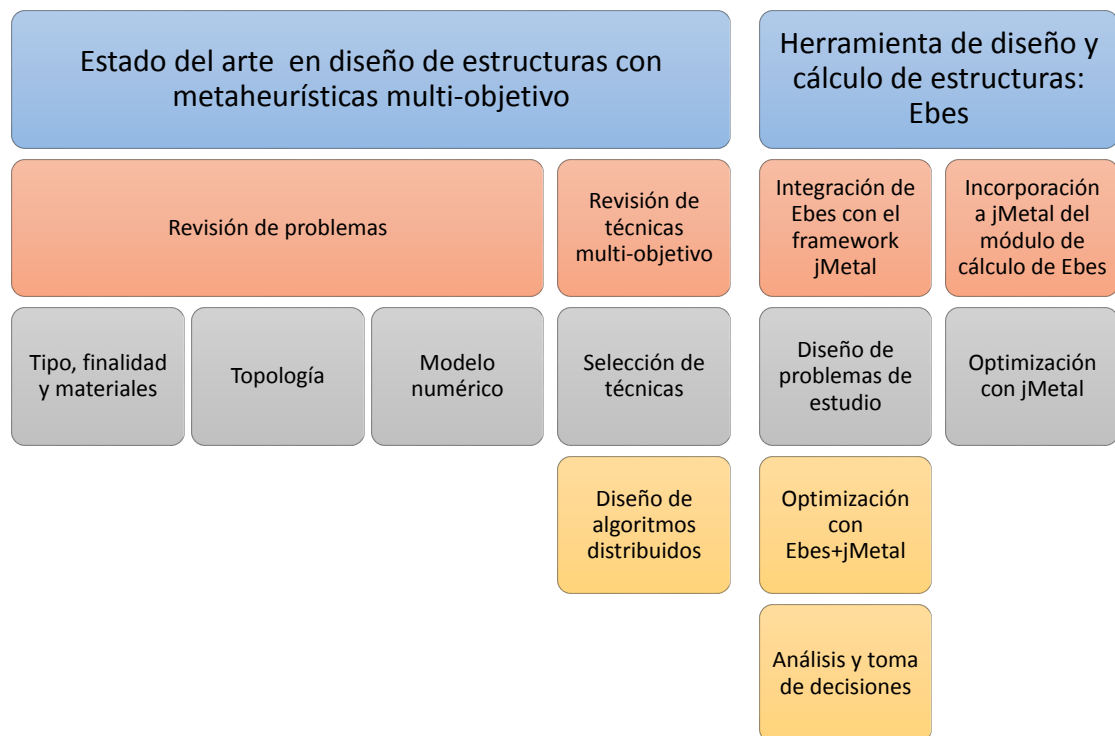


Figura 1.4: Fases seguidas durante la elaboración de esta tesis para problemas de diseño de estructuras.

1.3. Contribuciones de la Tesis

Las contribuciones de la tesis giran en torno a la aplicación de técnicas metaheurísticas multi-objetivo a problemas de optimización reales propios y complejos de la ingeniería civil, analizando distintas posibilidades para sacar el máximo partido a dichas técnicas y ofrecer así soluciones de gran calidad. Estas contribuciones se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Se ha realizado una revisión del estado del arte de optimización multi-objetivo con metaheurísticas para el diseño de estructuras que incluye citas desde 1998 hasta el 2012, sumando un total de 51 artículos analizados en los que se han resuelto un total de 84 problemas [ZNLCC14]. Como resultado, se han determinado qué algoritmos han sido los más utilizados y los problemas se han clasificado en 8 categorías que se han definido previamente. El análisis llevado a cabo ha permitido detectar que problemas de diseño de estructuras complejas espaciales (3D) con combinaciones de nudos rígidos y articulados de gran tamaño prácticamente no se han abordado y también se ha visto que la aplicación de técnicas algorítmicas modernas de optimización multi-objetivo ha sido muy marginal.
- Se han definido tres problemas nuevos de corte real para su estudio durante la tesis [ZNL15, LZN⁺14]. Los problemas son variantes de puentes metálicos sostenidos por cables, que emplean dos tipos de materiales distintos y tres tipos de secciones diferentes y están sujetos a restricciones de deformación, geometría y resistencia.
- Se ha diseñado e implementado un software de código abierto para el diseño, cálculo y análisis de estructuras de barras 2D y 3D llamado Ebes [ZNDL14]. Es una herramienta gráfica implementada en Visual Basic .Net que incluye un modelo numérico computacional para la simulación del comportamiento físico de estructuras civiles y permite visualizarlas en 3D.
- La herramienta Ebes se ha extendido para integrar el framework de optimización multi-objetivo jMetal, lo que permite a los usuarios optimizar el diseño de las estructuras [ZNDL14]. De este modo, se puede elegir cualquiera de los algoritmos incluidos en jMetal, configurarlos, ejecutarlos para optimizar la estructura, visualizar la aproximación al frente de Pareto que se obtiene, y visualizar dicho frente para poder seleccionar la solución o soluciones según el criterio del ingeniero civil.
- El módulo de cálculo de Ebes ha sido reescrito en Java para incorporarlo a jMetal, lo que permite a usuarios de este framework el poder resolver problemas de diseño de estructuras sin depender de la herramienta Ebes [ZNDL14].
- Se ha creado un sitio Web (<http://ebesjmetal.sourceforge.net>) para la herramienta Ebes+jMetal, que incluye una descripción de la misma, un tutorial de uso, varias instancias de estructuras y enlaces a las publicaciones relacionadas.
- Se ha hecho un estudio comparativo de siete metaheurísticas multi-objetivo representativas del estado del arte sobre dos instancias del puente metálico sostenido por cables [ZNL15]. El estudio ha requerido hacer un análisis previo para determinar qué valores aplicar a los parámetros que caracterizan a los algoritmos y ha permitido concluir qué técnicas son las más prometedoras para resolver problemas similares a los incluidos en el estudio.
- Se ha abordado la resolución de un problema de estructura de muy alta dimensionalidad, lo que ha requerido el uso de técnicas de procesamiento distribuido para obtener resultados de calidad en un tiempo razonable [LZN⁺14].

1.4. Organización de la Tesis

Esta memoria se estructura en los siguientes capítulos que se enumeran a continuación.

El presente capítulo contiene una introducción al trabajo realizado, incluyendo la motivación para llevarlo a cabo, los objetivos que se han pretendido alcanzar, las fases que se han seguido para conseguir dichos objetivos y las contribuciones de la tesis.

En el Capítulo 2 se define el concepto de estructura civil de barras, que es la base de los problemas abordados, y describe los procesos de diseño de estructuras sin optimización y las consideraciones necesarias para diseñar estructuras con optimización multi-objetivo. También se incluye la descripción detallada de tres puentes atirantados como problemas propuestos de estudio.

El Capítulo 3 se introducen los fundamentos tanto de las técnicas metaheurísticas como de optimización multi-objetivo. Se incluye una clasificación de las primeras y se detalla el procedimiento de evaluación estadística que se ha seguido en los estudios experimentales.

En el Capítulo 4 contiene los resultados y las referencias de los cuatro trabajos de investigación que avalan esta tesis que han sido publicados como artículos en revistas científicas internacionales indexadas en el Journal Citation Reports (JCR) del Institute for Scientific Information (ISI).

En Capítulo 5 se presentan las conclusiones de la tesis, el resumen de los trabajos realizados y las contribuciones que se han hecho. También se encuentran las líneas de investigación que han quedado abiertas para futuros trabajos.

El Anexo I está detallada la metodología empleada para el cálculo de estructuras de barras espaciales considerando las verificaciones de equilibrio y la estabilidad.

Capítulo 2

Diseño de estructuras civiles

Este capítulo está dedicado a detallar el problema de optimización que se aborda en esta tesis, la manera en la que se afronta el cálculo en el dominio de la Ingeniería Civil de forma manual o asistida por computadora sin optimización, y las instancias reales del mismo que se han definido y evaluado.

2.1. Estructuras de barras

La estabilidad estructural y la resistencia de materiales son campos de la Ingeniería Civil que permiten diseñar y analizar el comportamiento de las estructuras para que éstas sean eficientes, equilibradas, estables y duraderas. Una estructura de barras es un sistema de elementos en donde una de sus medidas, la longitud (eje principal), predomina respecto a sus otras dos dimensiones (sección transversal). La estructura de barras tiene una disposición lineal esquemática espacial, de forma esquelética o de alambre, siendo los ejes que pasan por el baricentro de la sección transversal las líneas representativas de esas barras. Las barras están unidas a otras por nodos y los nodos están definidos en el espacio por un sistema de coordenadas cartesiano de tres ejes. Dos o mas barras pueden estar conectadas y relacionadas entre si por un nodo en común. Este conjunto de disposición de nodos y barras se denomina topología de la estructura. Las estructuras se pueden agrupar en dos grupos principales asociadas con la distribución de los elementos y su comportamiento, en planas o 2D (dos dimensiones) y espaciales o 3D (tres dimensiones). Consideraremos otra clasificación referida al tipo de unión entre las barras; articulada o rígida, que originan comportamientos distintos entre las barras contiguas. Uniones articuladas (*truss*) poseen nudos articulados como interconexión de las barras (celosías o cerchas) e interconexión rígida para estructuras rígidas como marcos o pórticos (*frames*). La complejidad del cálculo aumenta con la cantidad de nudos y barras y de acuerdo a la tipología de la estructura: si es articulada 2D, articulada 3D, rígida 2D, articulada-rígida 2D, rígida 3D, mixta articulada-rígida 3D, etc. Esto es así por las combinaciones y porque crecen las variables correspondiéndole un mayor número de ecuaciones para la solución.

El diseño de una estructura debe soportar su propio peso (cargas muertas), las cargas ejercidas por el uso o destino y las cargas producidas por eventos de la naturaleza como vientos, sismo, nieve y agua (cargas vivas). Individualmente se requiere que las barras deban resistir estas acciones y deban ser capaces de distribuirlas entre sí, por lo cual a las barras habrá que darle formas, tamaños y uniones adecuadas para que también trabajen mecánicamente en conjunto equilibrando las acciones y reacciones hasta conseguir una estructura estable.

En el caso concreto de los problemas abordados en esta tesis, se parte de un diseño topológico de la estructura definido previamente. De igual manera, las formas de las secciones transversales

de cada barra que permanecen invariables en los cálculos. El diseño de optimización multi-objetivo se ha restringido a encontrar las medidas y las proporciones de las distintas figuras de las secciones transversales de las barras.

Las estructuras tienen complejidades distintas dependiendo del tipo y de las cantidades de nodos y barras, cuyas soluciones deben cumplir con ciertas restricciones de diseño globales de la propia estructura y locales propias de las barras. Entre otras restricciones deben incluirse: proporcionalidades geométricas de las secciones transversales; en casos de perfiles laminados que dan la forma a las secciones se debe controlar los tamaños individuales de las placas (espesor y altura), de manera que las características geométricas aporten la esbeltez y la rigidez mecánica necesaria; restricciones en las tensiones y deformaciones para cumplir con las verificaciones de las admisibles propias del material; etc. Respecto a la estabilidad de la estructura se han utilizado soluciones no lineales, considerando el efecto de segundo orden. Las barras comprimidas se verifican considerando el fenómeno de pandeo. Para su aplicación utilizamos como modelo numérico de cálculo de estructuras el Método Matricial de la Rigidez (MMR), el cual tiene contribuciones de varios autores según [Fel01].

El método y procedimiento de cálculo aplicado en las estructuras, funciones objetivo, restricciones, etc. que se utilizan en esta tesis doctoral, se han incluido en el Apéndice A.

2.2. Procedimiento de diseño sin optimización

En la metodología de cálculo manual o asistida por ordenador sin optimización, el ingeniero estructuralista adopta y define a propio criterio, basado en su experiencia o en la de otros, cuáles deberían ser las medidas iniciales de las secciones transversales de las barras. Así determina el peso propio de la estructura y junto a las acciones de servicio calcula los esfuerzos internos y verifica las tensiones de trabajo de las barra; este proceso previo es el de predimensionado. Luego ajusta los tamaños de las secciones de las barras, aumentando o reduciendo las medidas para que las tensiones de trabajo se aproximen a las admisibles.

Durante el proceso de definición de las medidas de las formas de las secciones, los cambios de los valores de las variables provocan variaciones en el peso de cada barra y del total de la estructura, cambian las rigideces de las barras y por ende las distribución de las acciones externas y el comportamiento de deformación de la estructura, por cuanto los esfuerzos internos de las barras también varían y serán distintos a los hallados en un diseño primitivo. Estos cambios implican repetir el proceso de cálculo descrito, siendo un proceso iterativo de búsqueda hasta dar con una solución adecuadamente segura. El proceso repetitivo de búsqueda es muy laborioso y no suele hacerse cuando el cálculo es manual o simplemente asistido por ordenador. Por lo general se cumple con un ciclo. Visto así, este procedimiento no tendría en cuenta la optimización de la estructura desde el punto de vista del aprovechamiento de los materiales, porque sería muy difícil encontrar óptimos globales a través de estos pasos. La propuesta de esta tesis es la utilización de procesos de optimización multi-objetivo mediante metaheurísticas, metodología que permite allanar el proceso tedioso de búsqueda de las soluciones óptimas o quasi-óptimas.

A través de otros cálculos, consideraciones y aplicaciones de normas reglamentarias y recomendaciones de la construcción (procedimientos que no alcanza esta tesis), se procede a las verificaciones de fallas locales del material para cada elemento y de las uniones, volviendo a redimensionar las secciones si fuera necesario. Hasta aquí se habría cumplido un ciclo de cálculo. El ingeniero debería ir ajustando las medidas geométricas adecuadas de cada barra o grupos de barras de similares comportamientos para que cumplan con las verificaciones de las tensiones admisibles, y de este modo obtendría las dimensiones finales. Este procedimiento es mas complejo cuanto mas compleja es la estructura (hiperestática 3D, cantidades elevadas de cargas y tipos, número elevado de nudos y barras, materiales de distinto comportamiento, uniones variadas, etc.). En la Figura 2.1 hay un

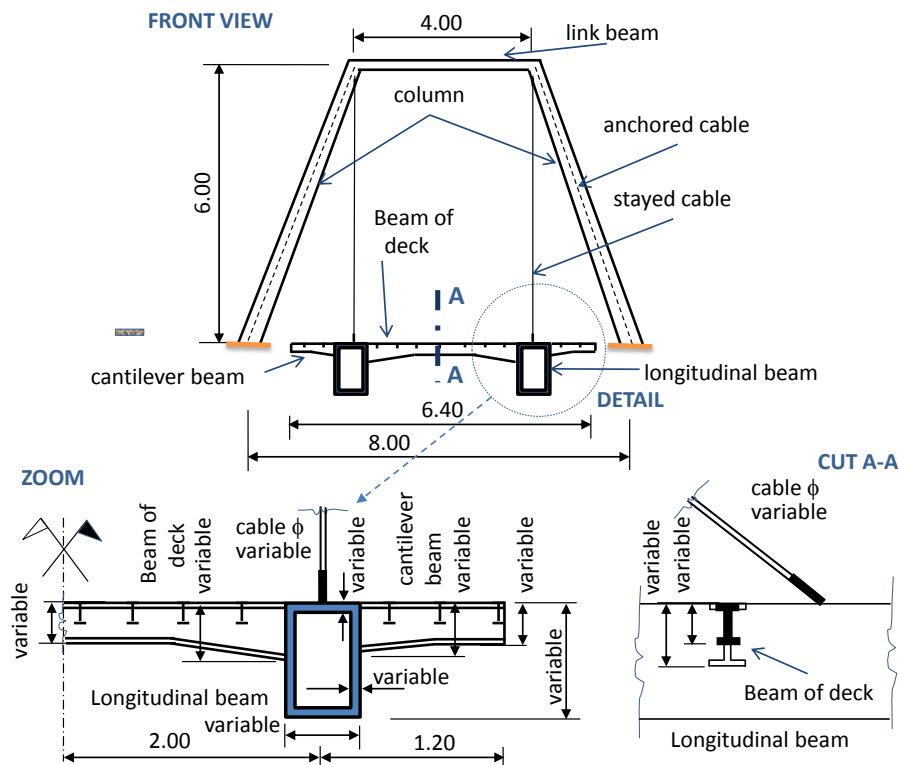


Figura 2.1: Detalle esquemático de una porción de puente. Barras y partes a diseñar.

esquema que representa las partes que deben diseñarse, las proporciones y medidas que se deben determinar (variables).

2.3. Procedimiento de diseño con optimización

En esta tesis se ha desarrollado una herramienta de diseño de estructuras que tiene integrado un framework de optimización multi-objetivo. En concreto, se ha partido del software Ebes, que es un desarrollo propio del autor de esta tesis, que incorpora funcionalidades para el diseño, cálculo y análisis de estructuras compuestas de barras. Para ello incorpora módulos de pre- y post-procesamiento, que permiten diseñar la totalidad de una estructura y analizar el resultado obtenido, tanto numérica como gráficamente. Ebes está escrito en Visual Basic .NET.

Para dotar a Ebes de un módulo de optimización se llevó a cabo una integración con el framework de optimización multi-objetivo jMetal [DN11], que es una de las herramientas software más usadas dentro de la comunidad de investigadores interesados en problemas de optimización multi-objetivo. La integración ha consistido en dos partes. Por un lado, se ha incluido el motor de cálculo de Ebes en jMetal, lo que ha obligado a un proceso de adaptación, dado que jMetal está escrito en Java; al ser jMetal un framework con una arquitectura orientada a objetos, la adaptación no ha sido una mera traducción de código sino que ha requerido un proceso de rediseño para ajustarse a los requisitos que establece el framework. Por otro lado, las metaheurísticas multi-objetivo de jMetal pueden ser configuradas y ejecutadas desde Ebes. El software resultante, denominado Ebes+jMetal, fue publicado en la revista Advances in Engineering Software [ZNDL14] y es una de

las contribuciones de esta tesis doctoral.

La metodología que se ha seguido para conseguir los diseños optimizados de los problemas de estructuras se describen detalladamente en [ZNDL14]. En el siguiente párrafo de manera sintética se comentará el esquema de la Figura 2.2, que refleja los pasos y procesos que se siguen para diseñar una estructura usando optimización.

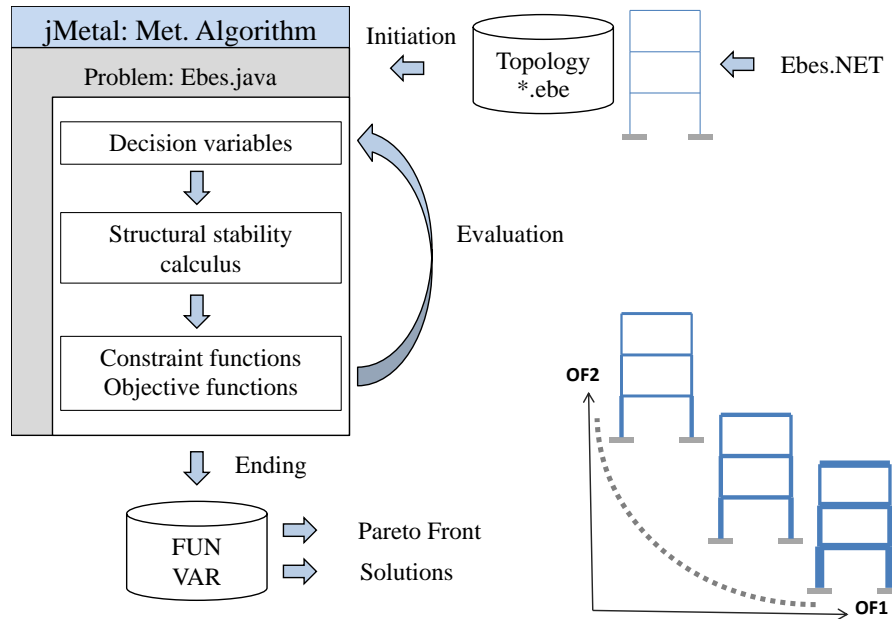


Figura 2.2: Ejecución de una metaheurística en Ebes+jMetal.

Primero se usa Ebes (denominado Ebes.NET en la figura) para diseñar el esquema topológico de la estructura, su estado de cargas, las formas que deben tener las secciones para asociar las ecuaciones geométricas, las características físicas y mecánicas del material de las barras, etc. Este diseño se almacena en un fichero de datos, que es leído por el módulo de Ebes en jMetal (Ebes.java en la figura), tras lo cual se pueden seleccionar los objetivos a optimizar y las restricciones, lo que constituye el segundo paso del proceso.

El tercer paso es seleccionar el algoritmo a utilizar para optimizar el problema de diseño, que tras ser configurado es ejecutado y da como resultado una aproximación al frente de Pareto del problema y las soluciones respectivas. A continuación se visualiza dicha aproximación y el último paso consiste en analizar las soluciones obtenidas y seleccionar la que se estime que mejor se ajusta a los requisitos según los criterios del ingeniero civil. En la Figura 2.2 se muestra un ejemplo de frente en el que se han seleccionado tres soluciones a modo de ilustración: una que minimiza el criterio de mejor peso, otra que minimiza el objetivo de la deformación, y una solución intermedia.

2.4. Problemas de estructuras propuestos

Para llevar a cabos los trabajos de investigación planteados un requisito imprescindible era usar como casos estudio estructuras de corte real, que permitiesen evaluar bajo el punto de vista del ingeniero civil la efectividad de los algoritmos utilizados y la calidad de las soluciones resultantes.

El enfoque se ha seguido a sido tomar un tipo concreto de estructura, un puente metálico tensionado, y hacer tres diseños distintos que dieran lugar a tres problemas de diferente complejidad. Las Figuras 2.3, 2.4, y 2.5 muestran los tres problemas que se han definido. Los puentes están compuestos por barras de diferente sección transversal y tamaño. Toda barra se caracteriza por tener una de la siguientes secciones transversales: en forma de I, circular y en forma de rectángulo hueco. Cada uno de estos tipos de barras determinan una serie de parámetros geométricos que han de ser especificados para cada una de las barras que componen los puentes en vistas a buscar un diseño lo más óptimo posible.

Los problemas 2.3 y 2.4 se abordaron en [ZNLC15] y los problemas 2.4 y 2.5 en [LZN⁺14]. A continuación detallan las principales características de los tres puentes.

2.4.1. Puente 25N35E

Esta estructura es la menos compleja de las tres definidas, estando compuesta por 25 nodos y 35 barras. El puente tiene dos columnas que soportan parte del peso de la cubierta, y el resto del peso del tablero se sostiene por la tensión paralela de los cables. El puente tiene un único carril vehicular, que tiene 9,00 metros de largo, 3,50 metros de ancho y 3,50 metros de alto.

Un esquema que se usado en ésta, y las otras dos instancias, es aplicar un agrupamiento de barras para reducir la complejidad del problema, de forma que los elementos de un mismo grupo tienen la misma forma, material y una posición similar en la estructura. Como resultado, el problema 25N35E tiene 25 nodos, 35 barras, que se agrupan en 8 grupos de barras, y dan como resultado un problema de optimización con 26 variables y 68 restricciones.

La Tabla 2.1, tomada del artículo [ZNLC15], detalla todos los parámetros del puente. Dicho artículo se puede consultar si se desea más información, en particular sobre las restricciones.

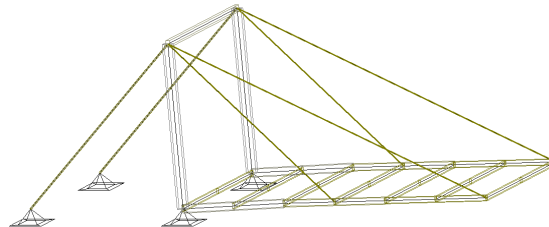


Figura 2.3: Problema 25N35E.

Shape	Bars	Groups (gr)	Variables (var)	Geometric constraints	Mechanic constraints	Deflection constraints
Circle	6	2	1var/gr x 2gr = 2		3const/gr x 2gr = 6	
I-beam	14	1	4var/gr x 1gr = 4	4const/gr x 1gr = 4	3const/gr x 1gr = 3	20
Hollowed rectangle	15	5	4var/gr x 5gr = 20	4const/gr x 5gr = 20	3const/gr x 5gr = 15	
Total	35	8	26		68	

Tabla 2.1: Variables and restricciones de la instancia 25N35E.

2.4.2. Puente 133N221E

El segundo problema, denominado 133N221E (133 nodos y 221 barras), tiene un carril vehicular de un sólo sentido y dos sendas peatonales (Figura 2.4). Tiene una longitud total de 44 metros de

largo entre tensores, cuatro columnas de 6 metros de alto, y un tablero de 32 metros de largo y 6,5 metros de ancho.

Después de proceder al agrupamiento de elementos, el problema tiene 33 grupos de barras, que dan lugar a 108 variables de decisión y 267 restricciones. Sus características se detallan en la Tabla 2.2, también tomada de [ZNLC15].

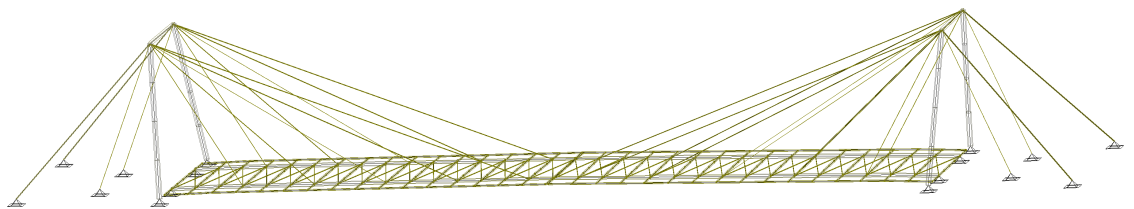


Figura 2.4: Problema 133N221E.

Shape	Bars	Groups (gr)	Variables (var)	Geometric constraints	Mechanic constraints	Deflection constraints
Circle	46	8	$1var/gr \times 8gr = 8$		$3const/gr \times 8gr = 24$	
I-beam	39	4	$4var/gr \times 4gr = 16$	$4const/gr \times 4gr = 16$	$3const/gr \times 4gr = 12$	
Hollowed rectangle	136	21	$4var/gr \times 21gr = 84$	$4const/gr \times 21gr = 84$	$3const/gr \times 21gr = 63$	68
Total	221	33	108		267	

Tabla 2.2: Variables and restricciones de la instancia 133N_221B.

2.4.3. Puente 837N1584E

Esta estructura es la que presenta la mayor complejidad de las tres que se han propuesto. El puente, compuesto de 837 nodos y 1584 barras, tiene dos pilares de 23 de altura y los cables tensionados están dispuestos en diagonal. Tiene una longitud total de 162 metros y la longitud de la plataforma tiene 90 metros y 9 metros de largo y ancho, respectivamente.

Se han configurado 60 grupos de barras, dando lugar a un problema de 207 variables y 392 restricciones. Los detalles del mismo se muestran en la Tabla 2.3, tomada del artículo [LZN⁺14].

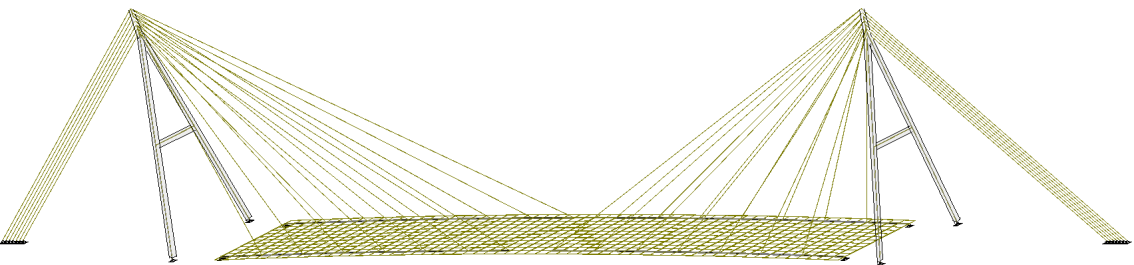


Figura 2.5: Problema 837N1584E.

Shape	Bars	Groups (gr)	Variables (var)	Geometric constraints	Mechanic constraints	Deflection constraints
Circle	42	11	1var/gr x 11gr = 11		3const/gr x 11gr = 33	
I-beam	252	41	4var/gr x 41gr = 164	4const/gr x 41gr = 164	3const/gr x 41gr = 123	16
Hollowed rectangle	1 280	8	4var/gr x 8gr = 32	4const/gr x 8gr = 32	3const/gr x 8gr = 24	
Total	1 584	23	207		392	
$F_1 = \sum_{i=1}^b \gamma_i l_i \Omega_i$, $F_2 = \sum_{j=1}^n \delta_j$						

Tabla 2.3: Variables y restricciones de la instancia 837N_1584E.

Capítulo 3

Fundamentos de metaheurísticas para optimización multi-objetivo

Este capítulo se dedica a establecer los fundamentos de los algoritmos de optimización que son la base de las técnicas que se han utilizado en esta tesis. Se partirá de un planteamiento clásico de optimización para definir el concepto de metaheurística y establecer su clasificación. A continuación se introducen los conceptos básicos de optimización multi-objetivo, puesto que los problemas de ingeniería que se van a considerar están compuestos de varias funciones contrapuestas entre sí que se han de optimizar a la vez.

Estos problemas no sólo proceden del mundo real, sino que además estamos considerando instancias de gran tamaño que pueden requerir considerables necesidades de cómputo. En uno de los problemas abordados se han utilizado técnicas paralelas para afrontar este inconveniente, lo que nos lleva al siguiente bloque de este capítulo, los modelos paralelos para metaheurísticas como medio para reducir los tiempos de ejecución. Por último, se detalla el procedimiento estadístico seguido para evaluar metaheurísticas, donde se presentan las principales medidas de rendimiento así como los indicadores de calidad utilizados tanto en problemas de optimización mono-objetivo como multi-objetivo.

3.1. Definición de metaheurística

La optimización, en el sentido de encontrar la mejor solución o al menos una solución lo suficientemente buena para un problema, es un campo de vital importancia en el mundo real y, en particular, en ingeniería. Constantemente estamos resolviendo pequeños problemas de optimización, como el camino más corto para ir de un lugar a otro, la organización de una agenda, etc. En general, si estos problemas son lo suficientemente pequeños se pueden resolver sin ayuda adicional, pero conforme se hacen más grandes y complejos hay que usar algoritmos de optimización.

Comenzaremos este capítulo dando una definición formal del concepto de optimización. Asumiendo, sin pérdida de generalidad, el caso de la minimización, podemos definir un *problema de optimización* como sigue:

Definición 1 (Problema de optimización). *Un problema de optimización se formaliza como un par (S, f) , donde $S \neq \emptyset$ representa el espacio de soluciones (o de búsqueda) del problema, mientras que f es una función denominada función objetivo o función de fitness, que se define como:*

$$f : S \rightarrow \mathbb{R} . \quad (3.1)$$

Así, resolver un problema de optimización consiste en encontrar una solución, $i^* \in S$, que satisfaga la siguiente desigualdad:

$$f(i^*) \leq f(i), \quad \forall i \in S. \quad (3.2)$$

Asumir el caso de maximización o minimización no restringe la generalidad de los resultados, puesto que se puede establecer una igualdad entre tipos de problemas de maximización y minimización de la siguiente forma [B96, Gol89]:

$$\max\{f(i) | i \in S\} \equiv \min\{-f(i) | i \in S\}. \quad (3.3)$$

En función del dominio al que pertenezca S , podemos definir problemas de *optimización binaria* ($S \subseteq \mathbb{B}^*$), *entera* ($S \subseteq \mathbb{N}^*$), *continua* ($S \subseteq \mathbb{R}^*$), o *heterogénea* ($S \subseteq (\mathbb{B} \cup \mathbb{N} \cup \mathbb{R})^*$).

Debido a la gran importancia de los problemas de optimización, a lo largo de la historia de la Informática se han desarrollado múltiples métodos para tratar de resolverlos. Una clasificación muy simple de estos métodos se muestra en la Figura 3.1. Inicialmente, las técnicas las podemos clasificar en exactas (o enumerativas, exhaustivas, etc.) y aproximadas. Las técnicas exactas garantizan encontrar la solución óptima para cualquier instancia de cualquier problema en un tiempo acotado. El inconveniente de estos métodos es que el tiempo y/o memoria que se necesita, aunque acotado, puede crecer exponencialmente con el tamaño del problema cuando éste de complejidad NP-dura. Esto supone en muchos casos que el uso de estas técnicas sea inviable, ya que se requiere mucho tiempo (posiblemente miles de años) y/o una cantidad desorbitada de memoria para la resolución del problema. Por lo tanto, los algoritmos aproximados para resolver estos problemas han recibido una atención cada vez mayor por parte de la comunidad internacional desde hace unas décadas. Estos métodos sacrifican la garantía de encontrar el óptimo a cambio de encontrar una solución satisfactoria en un tiempo razonable.

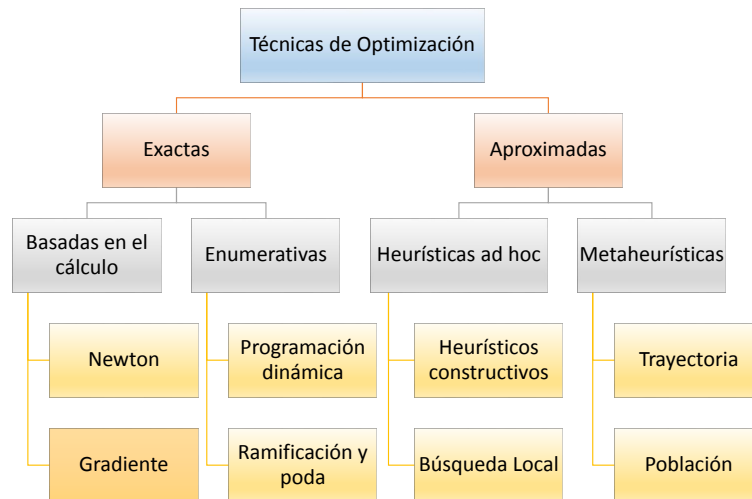


Figura 3.1: Clasificación de las técnicas de optimización.

Dentro de los algoritmos aproximados se pueden encontrar dos tipos: los heurísticos *ad hoc* y

las metaheurísticas (en las que nos centramos en este capítulo). Los heurísticos *ad hoc*, a su vez, pueden dividirse en *heurísticos constructivos* y *métodos de búsqueda local*.

Los heurísticos constructivos suelen ser los métodos más rápidos. Construyen una solución desde cero mediante la incorporación de componentes hasta obtener una solución completa, que es el resultado del algoritmo. Aunque en muchos casos encontrar un heurístico constructivo es relativamente sencillo, las soluciones ofrecidas suelen ser de muy baja calidad. Encontrar métodos de esta clase que produzca buenas soluciones es muy difícil, ya que dependen mucho del problema, y para su planteamiento se debe tener un conocimiento muy extenso del mismo. Por ejemplo, en problemas con muchas restricciones puede que la mayoría de las soluciones parciales sólo conduzcan a soluciones no factibles.

Los métodos de búsqueda local o seguimiento del gradiente parten de una solución ya completa y, usando el concepto de *vecindario*, recorren parte del espacio de búsqueda hasta encontrar un *óptimo local*. El vecindario de una solución s , que denotamos con $N(s)$, es el conjunto de soluciones que se pueden construir a partir de s aplicando un operador específico de modificación (generalmente denominado *movimiento*). Un óptimo local es una solución mejor o igual que cualquier otra solución de su vecindario. Estos métodos, partiendo de una solución inicial, examinan su vecindario y se quedan con el mejor vecino, continuando el proceso hasta que encuentran un óptimo local. En muchos casos, la exploración completa del vecindario es inabordable y se siguen diversas estrategias, dando lugar a diferentes variaciones del esquema genérico. Según el operador de movimiento elegido, el vecindario cambia y el modo de explorar el espacio de búsqueda también, pudiendo simplificarse o complicarse el proceso de búsqueda.

Finalmente, en los años setenta surgió una nueva clase de algoritmos aproximados, cuya idea básica era combinar diferentes métodos heurísticos a un nivel más alto para conseguir una exploración del espacio de búsqueda de forma eficiente y efectiva. Estas técnicas se han denominado *metaheurísticas*. Este término fue introducido por primera vez en [Glo86]. Antes de que el término fuese aceptado completamente por la comunidad científica, estas técnicas eran denominadas *heurísticas modernas* [Ree93]. Esta clase de algoritmos incluye técnicas como colonias de hormigas, algoritmos evolutivos, búsqueda local iterada, enfriamiento simulado y búsqueda tabú. Se pueden encontrar revisiones de metaheurísticas en [BR03a] y [GK03]. De las diferentes descripciones de metaheurísticas que se encuentran en la literatura se pueden destacar ciertas propiedades fundamentales que caracterizan a este tipo de métodos:

- Las metaheurísticas son estrategias o plantillas generales que guían el proceso de búsqueda.
- El objetivo es una exploración eficiente del espacio de búsqueda para encontrar soluciones (casi) óptimas.
- Las metaheurísticas son algoritmos no exactos y generalmente son no deterministas.
- Pueden incorporar mecanismos para evitar regiones no prometedoras del espacio de búsqueda.
- El esquema básico de cualquier metaheurística tiene una estructura predefinida.
- Las metaheurísticas pueden hacer uso de conocimiento del problema que se trata de resolver en forma de heurísticos específicos que son controlados por la estrategia de más alto nivel.

Resumiendo estos puntos, se puede acordar que una metaheurística es una estrategia de alto nivel que usa diferentes métodos para explorar el espacio de búsqueda. En otras palabras, una metaheurística es una plantilla general no determinista que debe ser rellenada con datos específicos del problema (representación de las soluciones, operadores para manipularlas, etc.) y que permiten abordar problemas con espacios de búsqueda de gran tamaño.

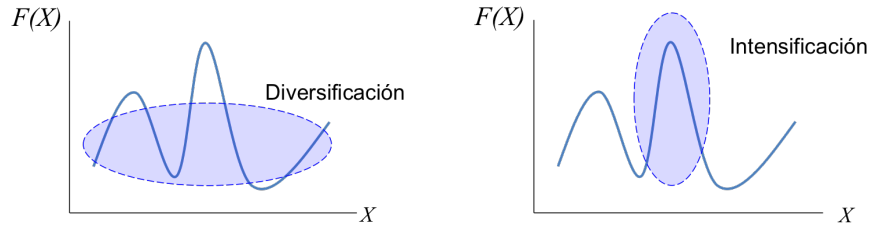


Figura 3.2: Conceptos de diversificación e intensificación.

En este tipo de técnicas es especialmente importante el correcto equilibrio (generalmente dinámico) que haya entre *diversificación* e *intensificación*. El término *diversificación* se refiere a la evaluación de soluciones en regiones distantes del espacio de búsqueda (de acuerdo a una distancia previamente definida entre soluciones); también se conoce como *exploración* del espacio de búsqueda. El término *intensificación*, por otro lado, se refiere a la evaluación de soluciones en regiones acotadas y pequeñas con respecto al espacio de búsqueda centradas en el vecindario de soluciones concretas (*explotación* del espacio de búsqueda). Ambos conceptos se ilustran en la Figura 3.2. El equilibrio entre estos dos aspectos contrapuestos es de gran importancia, ya que por un lado deben identificarse rápidamente las regiones prometedoras del espacio de búsqueda global y por otro lado no se debe malgastar tiempo en las regiones que ya han sido exploradas o que no contienen soluciones de alta calidad.

Algoritmo 3.1 Plantilla o pseudocódigo de una metaheurística

```

1:  $A(0) \leftarrow \text{GenerarConjuntoInicialDeSoluciones}()$ 
2:  $t \leftarrow 0$ 
3:  $\text{Evaluar}(A(0))$ 
4: while not  $\text{CondiciónDeParada}()$  do
5:    $S(t) \leftarrow \text{Selección}(A(t))$ 
6:    $S'(t) \leftarrow \text{Variación}(S(t))$ 
7:    $\text{Evaluar}(S'(t))$ 
8:    $A(t+1) \leftarrow \text{Actualizar}(A(t), S'(t))$ 
9:    $t \leftarrow t+1$ 
10: end while

```

El Algoritmo 3.1 muestra el pseudocódigo genérico de una metaheurística. En él se observa que, a partir de un conjunto inicial A de soluciones tentativas del problema y de su evaluación, dicho conjunto se actualiza de forma iterativa mediante la selección de algunos de sus miembros, que son modificados de alguna manera con algún método de variación, hasta que se cumple una condición de parada para terminar la ejecución del algoritmo.

3.2. Clasificación de las metaheurísticas

Hay diferentes formas de clasificar y describir las técnicas metaheurísticas [BR03a]. Dependiendo de las características que se seleccionen se pueden obtener diferentes taxonomías: basadas en la naturaleza y no basadas en la naturaleza, con memoria o sin ella, con una o varias estructuras de vecindario, etc. Una de las clasificaciones más populares las divide en metaheurísticas *basadas en trayectoria* y *basadas en población*. Las primeras manipulan en cada paso un único elemento del espacio de búsqueda, mientras que las segundas trabajan sobre un conjunto de ellos (población).

Esta taxonomía se muestra de forma gráfica en la Figura 3.3, que además incluye las técnicas más representativas.

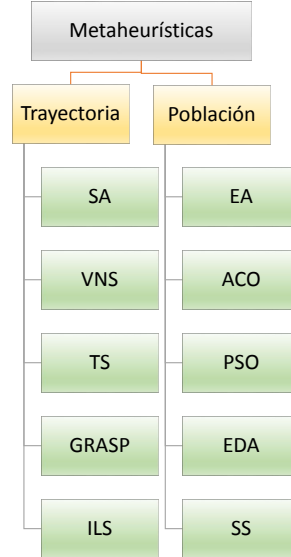


Figura 3.3: Clasificación de las metaheurísticas.

Entre las metaheurísticas basadas en trayectoria se pueden citar el enfriamiento simulado o *Simulated Annealing* [KGV83], la búsqueda tabú [Glo77] o la búsqueda local iterada o *Iterated Local Search* [LMS02, Stu99].

Dentro de las metaheurísticas basadas en población están, entre otras, los algoritmos evolutivos, que son con diferencia las técnicas más conocidas y usadas, los métodos basados en el movimiento de partículas o *Particle Swarm Optimization* [Ken99], y la búsqueda dispersa o *Scatter Search* [Glo98]. Dado que la mayor parte de las metaheurísticas aplicadas en esta tesis son algoritmos evolutivos, se va a dar una descripción de los mismos a continuación.

Los algoritmos evolutivos (EAs) siguen la plantilla de las metaheurísticas descrita en el Algoritmo 3.1, pero ya particularizada, tal como se muestra en el Algoritmo 3.2.

Algoritmo 3.2 Plantilla o pseudocódigo de un algoritmo evolutivo (EA).

```

1:  $P(0) \leftarrow \text{GeneraciónDeLaPoblaciónInicial}()$ 
2:  $t \leftarrow 0$ 
3:  $\text{Evaluar}(P(0))$ 
4: while not  $\text{CondiciónDeParada}()$  do
5:    $P'(t) \leftarrow \text{Selección}(P(t))$ 
6:    $P''(t) \leftarrow \text{Reproducción}(P'(t))$ 
7:    $\text{Evaluar}(P''(t))$ 
8:    $P(t+1) \leftarrow \text{Actualizar}(P(t), P''(t))$ 
9:    $t \leftarrow t+1$ 
10: end while
  
```

En la terminología comúnmente usada en EAs, las soluciones candidatas se denominan *individuos*, que están compuestos por un *cromosoma* (la representación de las variables del problema) y

uno o varios valores de *fitness* (indicadores de la calidad de la solución en el contexto del problema que está resolviendo). Los individuos se agrupan dentro de *poblaciones*. Al igual que ocurren en un *ecosystem* real, algunos individuos particulares son seleccionados para reproducirse, dando lugar a una descendencia (nuevas soluciones) que, de acuerdo con la selección natural (el modelo en el que inspiran estas técnicas), pueden reemplazar a individuos existentes. Cada vez que aparece un nuevo individuo éste es evaluado para asignarle su valor de *fitness* (un valor en el caso de problemas mono-objetivo o varios en el caso de los multi-objetivo). Cuando la población actual es reemplazada por una nueva se dice que se ha terminado una generación. El proceso de iterar durante diferentes generaciones se conoce como *evolución* y termina cuando se cumple la condición de parada.

El pseudocódigo del Algoritmo 3.2 se puede a su vez particularizarse para dar lugar a algunas variantes. De ese modo, si la reproducción se basa en operadores de cruce y mutación el resultado sería un algoritmo genético, y si sólo se usa mutación se estaría hablando de una estrategia evolutiva.

Un aspecto de gran relevancia es que los parámetros que define el EA, como el tamaño de la población o las probabilidades de aplicación de los operadores de variación, han de ser cuidadosamente ajustados, y que ellos depende en gran medida el equilibrio entre los procesos de diversificación e intensificación y, como consecuencia, la efectividad de la capacidad de búsqueda del algoritmo.

3.3. Metaheurísticas multi-objetivo

La mayoría de los problemas de optimización del mundo real son de naturaleza multi-objetivo, lo que supone que hay que minimizar o maximizar a la vez varias funciones que están normalmente en conflicto entre sí (problemas multi-objetivo o MOPs, *Multi-objective Optimization Problems*). Debido a la falta de soluciones metodológicas adecuadas, los problemas multi-objetivo se han resuelto en el pasado como problemas mono-objetivo. Sin embargo, existen diferencias fundamentales en los principios de funcionamiento de los algoritmos para optimización mono y multi-objetivo. Así, las técnicas utilizadas para resolver MOPs no se restringen normalmente a encontrar una solución única, sino un conjunto de soluciones de compromiso entre los múltiples objetivos contrapuestos, ya que no suele existir una solución que optimice simultáneamente todos los objetivos. Se pueden distinguir, por tanto, dos etapas cuando se aborda este tipo de problemas: por un lado, la optimización de varias funciones objetivo involucradas y, por otro, el proceso de toma de decisiones sobre qué solución de compromiso es la más adecuada [CLV07]. Atendiendo a cómo manejan estas dos etapas, las técnicas para resolver MOPs se pueden clasificar en [CM75]:

- *A priori*: cuando las decisiones se toman antes de buscar soluciones.
- *Interactivas*: cuando se integran la búsqueda de soluciones y la toma de decisiones.
- *A posteriori*: cuando se busca antes de tomar decisiones.

Cada una de ellas tiene ciertas ventajas e inconvenientes que las hacen más adecuadas para determinados escenarios concretos [CLV07, Deb01b]. No obstante, en las dos primeras clases la búsqueda está muy influenciada por la decisión de un experto (*decision maker*) que determina la importancia de un objetivo sobre otro y que puede limitar arbitrariamente el espacio de búsqueda, impidiendo una resolución óptima del problema. En las técnicas *a posteriori*, por el contrario, se realiza una exploración lo más amplia posible para generar tantas soluciones de compromiso como sea posible. Es entonces cuando tiene lugar el proceso de toma de decisiones por parte del experto. Precisamente por la aproximación que siguen, estas técnicas *a posteriori* están siendo muy utilizadas dentro del campo de las metaheurísticas y, particularmente, en el campo de la computación evolutiva [CLV07, Deb01b]. Más concretamente, los algoritmos más avanzados aplican técnicas *a posteriori* basadas en el concepto de *Optimalidad de Pareto* [Par96] y es el enfoque seguido en esta

tesis. Así, se ha estructurado esta sección en tres apartados. El primero de ellos presenta formalmente los conceptos básicos relacionados con esta optimalidad de Pareto. El siguiente apartado presenta las metas que debe perseguir todo algoritmo que utiliza estas técnicas cuando aborda un MOP. Finalmente, el tercer apartado discute algunos aspectos de diseño que se deben adoptar en los algoritmos que resuelven problemas siguiendo la aproximación anterior.

3.3.1. Conceptos básicos

En esta sección se presentan algunos conceptos básicos de la optimización multi-objetivo para familiarizar al lector en este campo. Informalmente, un MOP se puede definir como el problema de encontrar un vector de variables de decisión que satisfice un conjunto de restricciones y que optimiza un conjunto de funciones objetivo. Estas funciones forman una descripción matemática de criterios de rendimiento que están normalmente en conflicto entre sí. Por tanto, el término "optimización" se refiere a la búsqueda de una solución tal que contenga valores aceptables para todas las funciones objetivo [Osy95].

Matemáticamente, la formulación de un MOP extiende la definición clásica de optimización mono-objetivo (Definición 1) para considerar la existencia de varias funciones objetivo. No hay, por tanto, una única solución al problema, sino un conjunto de soluciones. Este conjunto de soluciones se encuentra mediante la utilización de la Teoría de Optimalidad de Pareto [Ehr05]. Formalmente [Van99]:

Definición 2 (MOP). *Encontrar un vector $\tilde{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ que satisfaga las m restricciones de desigualdad $g_i(\tilde{x}) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$, las p restricciones de igualdad $h_i(\tilde{x}) = 0, i = 1, 2, \dots, p$, y que minimice la función vector $\tilde{f}(\tilde{x}) = [f_1(\tilde{x}), f_2(\tilde{x}), \dots, f_k(\tilde{x})]^T$, donde $\tilde{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ es el vector de decisión de variables.*

El conjunto de todos los valores que satisfacen las restricciones define la *región de soluciones factibles* Ω y cualquier punto $\tilde{x} \in \Omega$ es una *solución factible*.

Teniendo varias funciones objetivo, la noción de "óptimo" cambia, ya que el objetivo para cualquier MOP es encontrar buenos compromisos (*trade-offs*) entre estas funciones. La noción de "óptimo" más utilizada es la propuesta por Francis Ysidro Edgeworth [Edg81], generalizada posteriormente por Vilfredo Pareto [Par96]. Aunque algunos autores lo denominan óptimo de Edgeworth-Pareto, el término óptimo de Pareto es comúnmente aceptado. Su definición formal se da a continuación:

Definición 3 (Optimalidad de Pareto). *Un punto $\tilde{x}^* \in \Omega$ es un óptimo de Pareto si para cada $\tilde{x} \in \Omega$ y $I = \{1, 2, \dots, k\}$, o bien $\forall_{i \in I} (f_i(\tilde{x}) = f_i(\tilde{x}^*))$ o bien hay al menos un $i \in I$ | $f_i(\tilde{x}) > f_i(\tilde{x}^*)$.*

Esta definición dice que \tilde{x}^* es un óptimo de Pareto si no existe ningún vector factible \tilde{x} que mejore algún criterio sin causar simultáneamente un empeoramiento en al menos otro criterio (asumiendo minimización). El concepto de optimalidad de Pareto es integral tanto a la teoría como a la resolución de MOPs. Existen un algunas definiciones adicionales que son también básicas en optimización multi-objetivo [Van99]:

Definición 4 (Dominancia de Pareto). *Un vector $\tilde{u} = (u_1, \dots, u_k)$ se dice que domina a otro vector $\tilde{v} = (v_1, \dots, v_k)$ (representado por $\tilde{u} < \tilde{v}$) si y sólo si \tilde{u} es parcialmente menor que \tilde{v} , es decir, $\forall i \in \{1, \dots, k\}, u_i \leq v_i \wedge \exists i \in \{1, \dots, k\} : u_i < v_i$.*

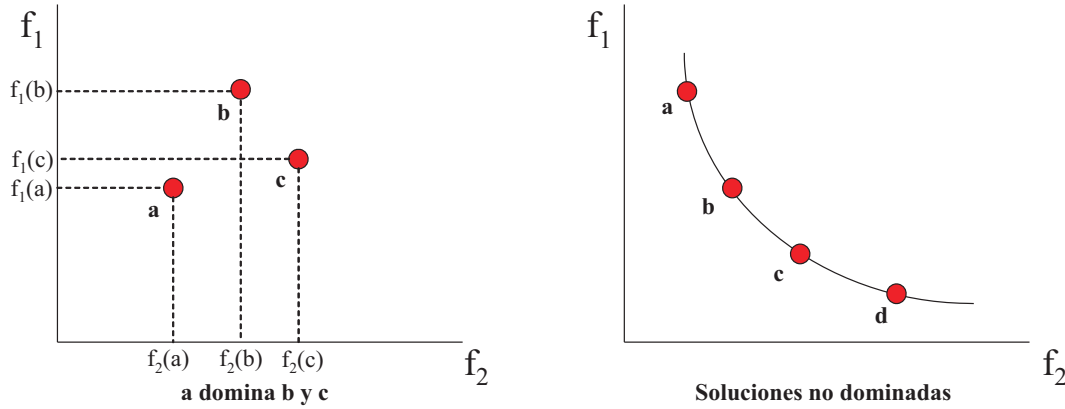


Figura 3.4: Ejemplo del concepto de dominancia de Pareto.

A modo de ilustración, la Figura 3.4 incluye dos conjuntos de soluciones para un problema multi-objetivo con dos funciones f_1 y f_2 , que han de ser minimizadas. Siendo ambos objetivos igual de importantes, no resulta trivial distinguir qué solución es mejor que otra. Podemos utilizar la definición anterior para esto. Así, si nos fijamos en la parte izquierda de la figura, podemos decir que a es mejor que b puesto que $f_1(a) < f_1(b)$ y $f_2(a) < f_2(b)$, es decir, es mejor en ambos objetivos y, por tanto, se dice que a domina a b ($a < b$). Lo mismo ocurre si comparamos a y c , en ambos objetivos $f_1(a) < f_1(c)$ y $f_2(a) < f_2(c)$, por lo que $a < c$. Comparemos ahora las soluciones b y c entre ellas. Se puede observar que c es mejor que b en f_1 ($f_1(c) < f_1(b)$), pero b es mejor que c para f_2 ($f_2(b) < f_2(c)$). Según la Definición 4, no podemos decir que b domina a c ni que c domina a b , es decir, no podemos concluir que una solución es mejor que la otra. En este caso se dice que ambas soluciones son no dominadas. En la parte derecha de la Figura 3.4 se muestran 4 soluciones de este tipo, en las que ninguna es mejor que las demás.

Resolver un MOP consiste, por tanto, en encontrar el conjunto de soluciones que dominan a cualquier otra solución del espacio de soluciones, lo que significa que son las mejores para el problema y, por tanto, conforman su solución óptima. Formalmente:

Definición 5 (Conjunto Óptimo de Pareto). *Para un MOP dado $\vec{f}(\vec{x})$, el conjunto óptimo de Pareto se define como $\mathcal{P}^* = \{\vec{x} \in \Omega \mid \neg \exists \vec{x}' \in \Omega, \vec{f}(\vec{x}') \leq \vec{f}(\vec{x})\}$.*

No hay que olvidar que las soluciones Pareto-óptimas que están en \mathcal{P}^* están en el espacio de las variables (genotípico), pero cuyos componentes del vector en el espacio de objetivos (fenotípico) no se pueden mejorar simultáneamente. Estas soluciones también suelen llamarse *no inferiores*, *admisibles* o *eficientes*. El frente de Pareto se define, entonces, como:

Definición 6 (Frente de Pareto). *Para un MOP dado $\vec{f}(\vec{x})$ y su conjunto óptimo de Pareto \mathcal{P}^* , el frente de Pareto se define como $\mathcal{PF}^* = \{\vec{f}(\vec{x}), \vec{x} \in \mathcal{P}^*\}$.*

Es decir, el frente de Pareto está compuesto por los valores en el espacio de objetivos del conjunto óptimo de Pareto. En general, no es fácil encontrar una expresión analítica de la línea o superficie que contiene estos puntos, sobre todo cuando se trata de problemas reales; de ahí la necesidad del uso de técnicas como las metaheurísticas.

Como ejemplo de problema multi-objetivo de estructuras consideremos el almacén mostrado en la Figura 3.5. Es un problema bi-objetivo en el que hay dos objetivos a minimizar: el volumen del almacén (f_1) y el desplazamiento Δ (f_2).

El problema se puede formular como sigue:

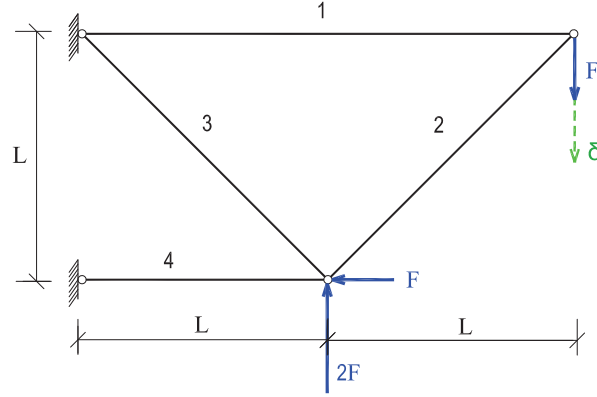


Figura 3.5: Armazón (cercha) compuesto por cuatro barras.

$$\begin{aligned}
 Min F &= (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x})) \\
 f_1(\vec{x}) &= L(2x_1 + \sqrt{2}x_2 + \sqrt{x_3} + x_4) \\
 f_2(\vec{x}) &= \frac{FL}{E} \left(\frac{2}{x_1} + \frac{2\sqrt{2}}{x_2} - \frac{2\sqrt{2}}{x_3} \frac{2}{x_4} \right)
 \end{aligned}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned}
 (F/\sigma) &\leq x_1, x_4 \leq 3(F/\sigma) \\
 \sqrt{2}(F/\sigma) &\leq x_2, x_3 \leq 3(F/\sigma)
 \end{aligned}$$

donde:

$$F = 10kN, E = 2 \times 10^5 kN/cm^2, L = 200cm, \sigma = 10kN/cm^2$$

Este problema tiene cuatro variables de decisión $\vec{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]$ y su frente de Pareto se muestra en la Figura 3.6.

En el caso de problemas con tres objetivos, su frente será una superficie en 3D, tal como se ilustra en la Figura 3.7, que muestra la formulación y su correspondiente frente de Pareto de un problema sintético conocido como DTLZ4 [CLV07]. A partir de problemas con 4 objetivos o más, el frente de Pareto (o una aproximación al mismo) no se puede mostrar gráficamente, para lo cual lo habitual es mostrar las proyecciones en 2D de los objetivos agrupados de dos en dos.

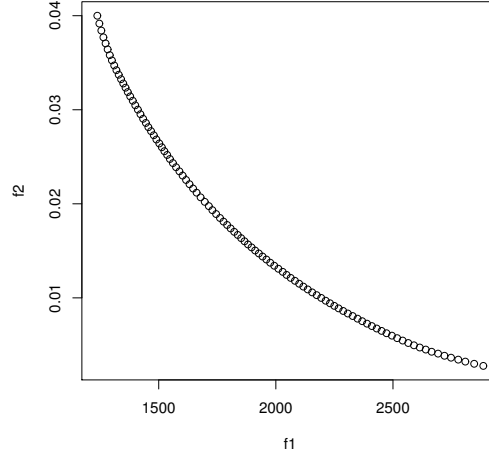


Figura 3.6: Frente de Pareto del armazón de cuatro barras.

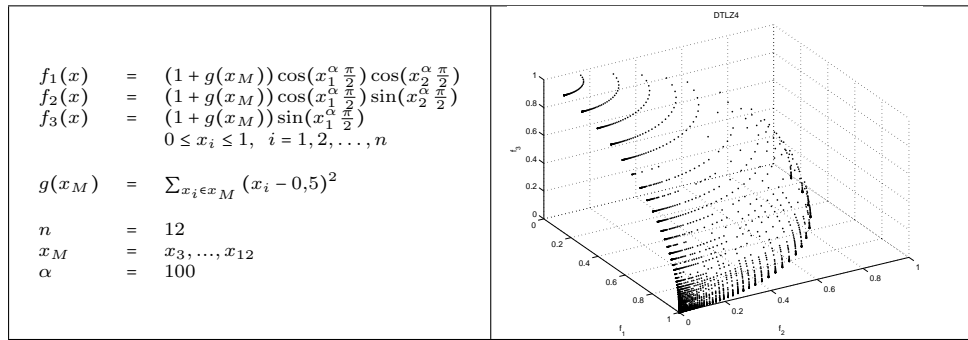


Figura 3.7: Formulación y frente de Pareto del problema DTLZ4.

3.3.2. Metas en la resolución de problemas de optimización multi-objetivo

Cuando se aborda la resolución de un problema de optimización multi-objetivo, la principal meta de todo algoritmo de optimización que utiliza los conceptos y técnicas descritas en la sección anterior es encontrar su frente de Pareto (o, lo que es lo mismo, su conjunto óptimo de Pareto). Sin embargo, dado que, como se ha comentado con anterioridad, encontrar dicho frente puede ser muy complejo, cuando se usan técnicas aproximadas como las metaheurísticas lo que se busca es una aproximación al frente de Pareto que sea lo más precisa posible. Por precisión se entiende cubrir los siguientes dos aspectos:

1. Encontrar un conjunto de soluciones lo más cercano posible al frente de Pareto.
2. Encontrar un conjunto de soluciones tan uniformemente diverso como sea posible.

Mientras que la primera meta, converger hacia la solución óptima, es obligatoria en toda tarea de optimización mono o multi-objetivo, la segunda es completamente específica para optimización

multi-objetivo. Además de converger hacia el frente óptimo, las soluciones deben estar uniformemente repartidas a lo largo de todo el frente. Sólo con un conjunto diverso de soluciones se puede asegurar, por una parte, un buen conjunto de soluciones de compromiso entre los diferentes objetivos para la posterior toma de decisiones por parte del experto y, por otra, que se ha realizado una buena exploración del espacio de búsqueda.

La Figura 3.8 muestra dos ejemplos de frentes que fallan, cada uno, en una de las metas anteriores. En la parte (a) podemos ver una aproximación al frente en el que las soluciones no dominadas se distribuyen perfectamente. No obstante, se trata de un MOP diseñado de forma que contiene múltiples frentes engañosos (el problema se conoce como ZDT4) y las soluciones obtenidas no son Pareto óptimas, aunque su diversidad es excelente. Por el contrario, en la parte (b) de la misma figura, tenemos un conjunto de soluciones que han convergido hacia el frente de Pareto pero, sin embargo, deja regiones de éste sin cubrir. El problema en este caso radica en que el experto en el problema (el ingeniero civil en el caso de problemas de diseño estructural) no sabe si es que no hay soluciones en esa zona, que tal vez podría ser su interés, o que el algoritmo no ha sido capaz de encontrarlas. Aunque ninguno de los dos casos es deseable, la primera situación es claramente peor: ninguna de las soluciones obtenidas es Pareto-óptima.

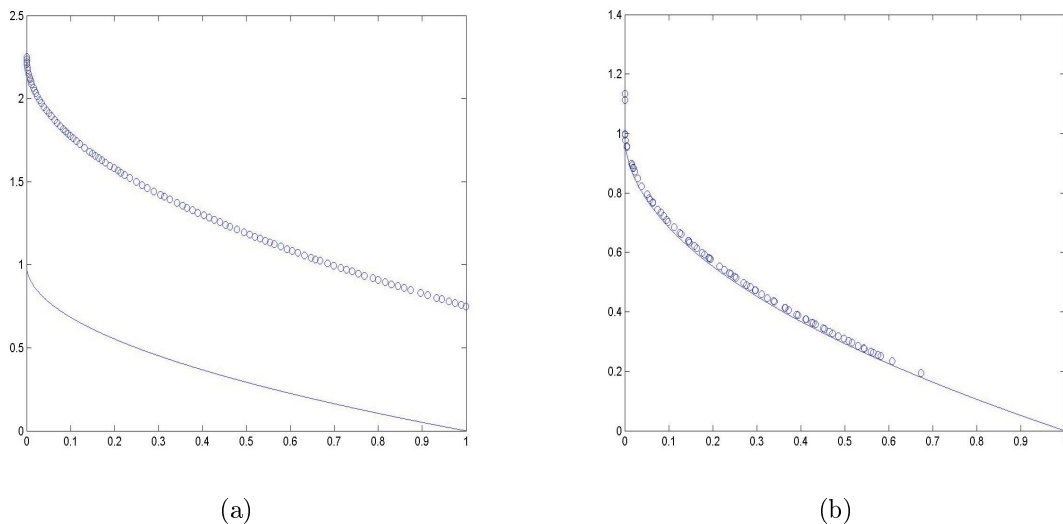


Figura 3.8: Ejemplos de mala convergencia (a) y diversidad (b) en frentes de Pareto.

Adoptar técnicas basadas en optimalidad de Pareto dentro de algoritmos metaheurísticos supone, por un lado, trabajar con soluciones no dominadas que hacen necesario incorporar mecanismos específicos para manejarlas y, por otro, encontrar no una solución única, sino un conjunto de soluciones Pareto-óptimas que, además, ha de tener la diversidad suficiente para cubrir el todo el frente. Si bien existen muchos aspectos a considerar dependiendo de cada algoritmo concreto, los siguientes se pueden considerar comunes a todos ellos: función de aptitud (*función de fitness*) de las soluciones, mantenimiento de la diversidad, y manejo de restricciones. Cada uno de ellos se discute a continuación.

Función de aptitud En el ciclo de funcionamiento de toda metaheurística siempre existe alguna fase en la que hay que ordenar las soluciones con las que trabaja según su función de fitness para seleccionar alguna de ellas. Hablamos, por ejemplo, de los operadores de selección y reemplazo

en algoritmos evolutivos o el método de actualización del conjunto de referencia en búsqueda dispersa. En el caso de optimización mono-objetivo, el fitness de una solución es un valor único y la ordenación de soluciones es trivial de acuerdo con este valor. No obstante, en el caso de MOPs el fitness es un vector de valores (un valor por cada objetivo), por lo que la ordenación no es tan directa.

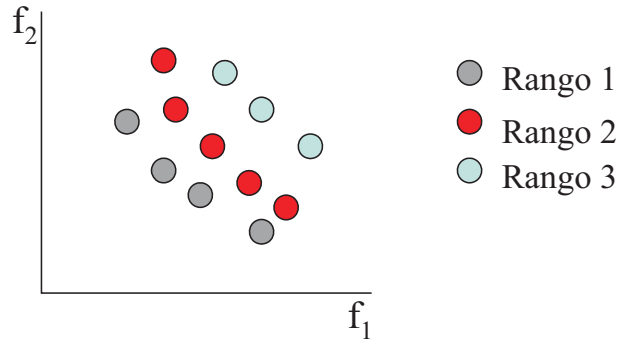


Figura 3.9: Ejemplo de ordenación (*ranking*) de soluciones en un MOP con dos objetivos.

La relación de dominancia (Ecuación 4) es la clave en este tipo de técnicas basadas en optimalidad de Pareto, ya que nos va a permitir establecer una ordenación de las soluciones. De hecho, esta relación es una relación de orden parcial estricto, puesto que no es reflexiva, ni simétrica, ni antisimétrica, pero sí transitiva. Así, se han propuesto diferentes métodos en la literatura [CLV07, Deb01b] que, básicamente, transforman el vector de fitness en un valor único utilizando esta relación. Esta estrategia fue originalmente propuesta en [Gol89] para guiar la población de un GA hacia el frente de Pareto de un MOP. La idea básica consiste en encontrar las soluciones de la población que no están dominadas por ninguna otra. A estas soluciones se le asigna el mayor orden (las mejores en la ordenación establecida por la relación de dominancia). A continuación, se consideran las soluciones no dominadas que quedan si se eliminan todas las anteriores, a las que se asigna el siguiente rango. El proceso continúa hasta que se le asigna un rango a todas las soluciones. La Figura 3.9 muestra un ejemplo del funcionamiento de este método de ordenación (f_1 y f_2 son funciones que han de minimizarse). Esta ordenación basada en dominancia es la más básica. Otra más avanzadas, como la fuerza o *strength* de SPEA2 [ZLT01] tienen en cuenta, además, el número de soluciones a los que domina cada solución.

Diversidad Si bien la función de fitness basada en dominancia ya dirige la búsqueda hacia el frente de Pareto dando una mayor aptitud a las soluciones no dominadas, esta aproximación por sí sola no es suficiente cuando se aborda un MOP. Si recordamos la Sección 3.3.2, además de converger al frente óptimo, las soluciones han de distribuirse lo mejor posible sobre este frente para poder ofrecer al experto el abanico más amplio de soluciones al problema multi-objetivo.

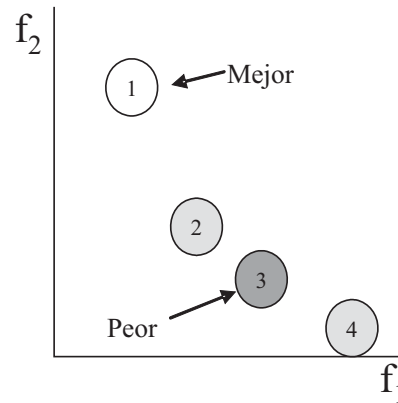


Figura 3.10: Ejemplo de estimador de densidad para soluciones no dominadas en un MOP con dos objetivos.

Aunque existen diferentes aproximaciones en la literatura [CLV07], las más utilizadas en los algoritmos del estado del arte están basadas en complementar la función de fitness basada en dominancia (sección anterior) con un estimador que mide la densidad, en el espacio de objetivos, de soluciones alrededor de una solución dada. Así, dada dos soluciones con el mismo fitness (*ranking*, *strength*), el estimador de densidad discrimina entre las mejores y peores soluciones atendiendo a la diversidad de las mismas. Consideremos, por ejemplo, el conjunto de soluciones no dominadas de la Figura 3.10. Según la densidad de las mismas, la solución 1 se puede considerar como la mejor puesto es la que está en la zona menos “poblada”. La solución 3, por el contrario, sería la peor al estar en una zona del frente donde ya existen soluciones cercanas. Algunos de los estimadores de densidad propuestos por los algoritmos multi-objetivo más conocidos son: el grid adaptativo de PAES [KC99a], la distancia de *crowding* en NSGA-II [DPAM02a] y la distancia al k -ésimo vecino de SPEA2 [ZLT01].

Manejo de restricciones La definición de problema multi-objetivo (Ecuación 2) incluida en la Sección 3.3.1 incluye explícitamente restricciones ya que, principalmente, es la situación típica cuando se consideran problemas de corte real, como el abordado en esta tesis. Las restricciones se pueden considerar como duras o débiles. Una restricción es dura cuando ha de satisfacerse para que una solución dada sea aceptable. Por el contrario, una restricción débil es aquella que se puede relajar de alguna forma para aceptar una solución.

La aproximación más utilizada en las metaheurísticas multi-objetivo del estado del arte para tratar con restricciones están basadas en un esquema en el que las soluciones factibles son superiores a las no factibles [Deb00, Deb01b]. Así, dadas dos soluciones que se han de comparar, se pueden dar tres casos:

1. Si ambas soluciones son factibles se utiliza la función de fitness basada en dominancia de Pareto explicada en la Sección 3.3.2. En el caso de que ambas sean no dominadas (mismo fitness), se utiliza un estimador de densidad (Sección 3.3.2) para discriminar entre ellas.
2. Si una solución es factible y la otra no, la factible se considera como mejor.
3. Si ambas soluciones son no factibles, entonces se selecciona la que menos viola las restricciones.

Queda por determinar cómo se cuantifica la cantidad de violación de restricciones de una solución dada. Para esto, la estrategia más utilizada consiste en transformar todas las restricciones

para que sean de tipo *mayor-o-igual-que* cero: $g_i(\bar{x}) \geq 0$, según la definición de MOP (Ecuación 2) [Deb01b]. Se puede considerar como un tipo de normalización, de forma que el propio valor $g_i(\bar{x})$ se usa para medir cuánto se viola la restricción. El mayor inconveniente para esta estrategia viene dado por la restricciones de igualdad $h_i(\bar{x}) = 0$. Si se trata de una restricción débil, se puede relajar directamente a $h_i(\bar{x}) \geq 0$. Sin embargo, si $h_i(\bar{x}) = 0$ es una restricción dura, la transformación no es directa (especialmente cuando es una restricción no lineal). Según un resultado obtenido en [Deb95], es posible convertir estas restricciones duras de igualdad en restricciones débiles con pérdidas de precisión, lo que permite considerar ya todas las restricciones del mismo tipo. Existen otras muchas estrategias para tratar con restricciones en optimización multi-objetivo [CLV07, Deb01b] pero sólo se ha detallado la que se utilizará en esta tesis.

3.4. Metaheurísticas paralelas

Aunque el uso de metaheurísticas permite reducir significativamente la complejidad temporal del proceso de búsqueda, este tiempo puede seguir siendo muy elevado en algunos problemas de interés real. Con la proliferación de plataformas paralelas de cómputo eficientes, la implementación paralela de estas metaheurísticas surge de forma natural como una alternativa para acelerar la obtención de soluciones precisas a estos problemas. La literatura es muy extensa en cuanto a la paralelización de metaheurísticas se refiere [Alb05, CT03, CMRR03, LA15] ya que se trata de una aproximación que puede ayudar no sólo a reducir el tiempo de cómputo, sino a producir también una mejora en la calidad de las soluciones encontradas. Esta mejora está basada en un nuevo modelo de búsqueda que alcanza un mejor balance entre intensificación y diversificación. De hecho, muchos investigadores no utilizan plataformas paralelas de cómputo para ejecutar estos modelos paralelos y, aún así, siguen obteniendo mejores resultados que con los algoritmos secuenciales tradicionales. Tanto para las metaheurísticas basadas en trayectoria como para las basadas en población se han propuesto modelos paralelos acorde a sus características.

En el contexto de esta tesis, en el que se van a considerar problemas reales de diseño de estructuras, la utilización no sólo de modelos paralelos sino también de plataformas paralelas puede ser una necesidad. Para dar una idea, si una simple evaluación del problema conllevase digamos 5 segundos y la condición de parada de la metaheurística fuese hacer 100000 evaluaciones, el tiempo total de ejecución estaría en el orden de 139 horas o poco más de 5 días y medio. Si en lugar de segundos el tiempo de evaluación fuese de algunos minutos ni siquiera las arquitecturas paralelas más usuales, como los clusters de ordenadores o los multiprocesadores de memoria compartida, tendrían la capacidad suficiente para abordar, en un tiempo razonable, estos problemas de optimización. La aparición de los sistemas de computación grid [BFH03, FK99] a finales de los años 90 aparece como una solución para solventar estos inconvenientes en cierta medida, ya que son capaces de agrupar, como si de un elemento único se tratase, la potencia computacional de una gran cantidad de recursos geográficamente distribuidos. En cualquier caso, para poder sacar partido de los sistemas paralelos hay que rediseñar las metaheurísticas para que hagan un uso efectivo de ellos.

El paralelismo surge de manera natural cuando se trabaja con poblaciones, ya que cada individuo puede manejarse de forma independiente. Debido a esto, el rendimiento de los algoritmos basados en población suele mejorar bastante cuando se ejecutan en paralelo. A alto nivel podemos dividir las estrategias de paralelización de este tipo de métodos en dos categorías: (1) paralelización del cómputo, donde las operaciones que se llevan a cabo sobre los individuos son ejecutadas en paralelo, y (2) paralelización de la población, donde se procede a la estructuración de la población.

Uno de los modelos más utilizado que sigue la primera de las estrategias es el denominado *maestro-esclavo* (también conocido como *paralelización global*). En este esquema un proceso central realiza las operaciones que afectan a toda la población (como, por ejemplo, la selección en

los algoritmos evolutivos) mientras que los procesos esclavos se encargan de las operaciones que afectan a los individuos independientemente (como la evaluación de la función de *fitness*, la mutación e incluso, en algunos casos, la recombinación). Con este modelo, la semántica del algoritmo paralelo no cambia respecto al secuencial y el tiempo global de cómputo se puede reducir de forma importante, pero tiene el inconveniente de ser un esquema *síncrono*, es decir, una vez evaluadas todas las soluciones se realiza el reemplazo (y el final de la iteración en curso) y la selección (en el inicio de la siguiente iteración), que son procesos secuenciales. La alternativa es diseñar un esquema *asíncrono*, en el que el proceso central envía continuamente soluciones a evaluar a los esclavos que van quedando ociosos, y cuando llevan soluciones evaluadas éstas se van incorporando sobre la marcha al algoritmo. Este esquema altera el comportamiento del algoritmo secuencial, pero permite tener permanentemente ocupados a los esclavos y en algunos estudios realizados no sólo se han obtenido mejores ganancias de tiempo sino que las soluciones encontradas han sido mejores que las devueltas por el mismo algoritmo síncrono [DNLA08]. La razón tiene que ver con el hecho de que en el esquema asíncrono se mezclan soluciones recientes con antiguas y esto provoca a veces una mejora en la diversidad de la población.

Al margen del modelo maestro-esclavo, la mayoría de los algoritmos paralelos basados en población encontrados en la literatura utilizan alguna clase de estructuración de los individuos de la población. Este esquema es ampliamente utilizado especialmente en el campo de los algoritmos evolutivos y es el que mejor ilustra esta categorización. Entre los esquemas más populares para estructurar la población encontramos el modelo *distribuido* (o de grano grueso) y el modelo *celular* (o de grano fino) [AT02].

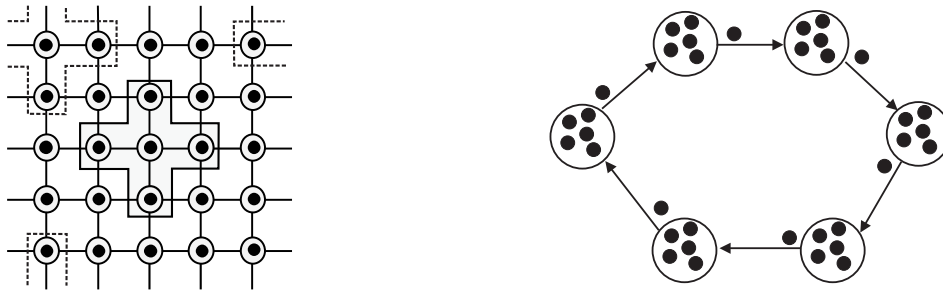


Figura 3.11: Los dos modelos más populares para estructurar la población: a la izquierda el modelo celular y a la derecha el modelo distribuido.

En el caso de los algoritmos distribuidos [LA11], la población se divide entre un conjunto de islas que ejecutan una metaheurística secuencial (véase el esquema de la derecha en la Figura 3.11). Las islas cooperan entre sí mediante el intercambio de información (generalmente individuos, aunque nada impide intercambiar otro tipo de información). Esta cooperación permite introducir diversidad en las subpoblaciones, evitando caer así en los óptimos locales. Para terminar de definir este esquema el usuario debe dar una serie de parámetros como: la topología, que indica a dónde se envían los individuos de cada isla y de dónde se pueden recibir; el periodo de migración, que es el número de iteraciones entre dos intercambios de información; la tasa de migración, que es el número de individuos emigrados; el criterio de selección de los individuos a migrar y criterio de reemplazo, que indica si se reemplazan algunos individuos de la población actual para introducir a los inmigrantes y determina qué individuos se reemplazarán. Finalmente, se debe decidir si estos intercambios se realizan de forma síncrona o asíncrona.

Por otro lado, las metaheurísticas celulares [AD08] se basan en el concepto de vecindario (véase el esquema de la izquierda en la Figura 3.11). Cada individuo tiene a su alrededor un conjunto de individuos vecinos donde se lleva a cabo la explotación de las soluciones. La exploración y la

difusión de las soluciones al resto de la población se produce debido a que los vecindarios están solapados, lo que produce que las buenas soluciones se extiendan lentamente por toda la población.

A parte de estos modelos básicos, en la literatura también se han propuesto modelos híbridos donde se implementan esquemas de dos niveles. Por ejemplo, una estrategia bastante común en la literatura es aquella donde en el nivel más alto tenemos un esquema de grano grueso, mientras que cada subpoblación se organiza siguiendo un esquema celular.

3.5. Evaluación estadística de resultados

Las metaheurísticas son técnicas no deterministas. Esto implica que diferentes ejecuciones del mismo algoritmo sobre un problema dado no tienen por qué encontrar la misma solución. Esta propiedad característica de las metaheurísticas supone un problema importante para los investigadores a la hora de evaluar sus resultados y, por tanto, a la hora de comparar su algoritmo con otros existentes.

Existen algunos trabajos que abordan el análisis teórico para un gran número de heurísticas y problemas [Gra69, Kar77], pero dada la dificultad que entraña este tipo de análisis teórico, tradicionalmente se analiza el comportamiento de los algoritmos mediante comparaciones empíricas. Para ello es necesario definir indicadores que permitan estas comparaciones.

Una vez definidos los indicadores, hay que realizar un mínimo de ejecuciones independientes del algoritmo para obtener resultados estadísticamente consistentes. Un valor a partir de 30 suele considerarse el mínimo aceptable, aunque valores de 100 son recomendables. Es insuficiente incluir simplemente las medias y desviaciones típicas (algo usual, e incorrecto, en la literatura), ya que se pueden obtener conclusiones erróneas. Así, es necesario realizar un análisis estadístico global para asegurar que estas conclusiones son significativas y no son provocadas por variaciones aleatorias. Este tema se aborda con más detenimiento en la Sección 3.5.2.

3.5.1. Indicadores de calidad

Estos indicadores son fundamentales para evaluar una metaheurística multi-objetivo. Son distintos dependiendo de si se conoce o no la solución óptima del problema en cuestión (algo común para problemas clásicos de la literatura, pero poco usual en problemas del mundo real). Si bien el procedimiento para medir la calidad de las soluciones en problemas mono-objetivo está clara, dentro del campo multi-objetivo esto es un tema de investigación muy activo [KTZ06, ZTL⁺03], ya que el resultado de estos algoritmos es un conjunto de soluciones no dominadas y no una solución única. Hay que definir, por tanto, indicadores de calidad para aproximaciones al frente de Pareto (es decir, indicadores para comparar conjuntos de soluciones).

Hay normalmente dos aspectos a considerar para medir la calidad de un frente, tal como se comentó en la Sección 3.3.2 de este capítulo: convergencia y diversidad. La primera hace referencia a la distancia existente entre la aproximación y el frente de Pareto óptimo del problema, mientras que la segunda mide la uniformidad de la distribución de soluciones sobre el frente. A continuación se muestran algunos de los indicadores de calidad utilizados en esta tesis (el lector interesado puede ver [CLV07, Deb01b] para otros indicadores de calidad definidos en la literatura):

- **Dispersión – Δ .** La *dispersión* o Δ [DPAM02a] es un indicador de diversidad que mide la distribución de las soluciones obtenidas. Esta métrica se define como:

$$\Delta = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N-1)\bar{d}}, \quad (3.4)$$

donde d_i es la distancia euclídea entre dos soluciones consecutivas, \bar{d} es la media de estas distancias, y d_f y d_l son las distancias euclídeas a las soluciones *extremas* (límite) del frente óptimo en el espacio objetivo (para más detalles, consultar [DPAM02a]). Esta medida toma el valor cero para una distribución ideal, cuando hay una dispersión perfecta de las soluciones del frente de Pareto.

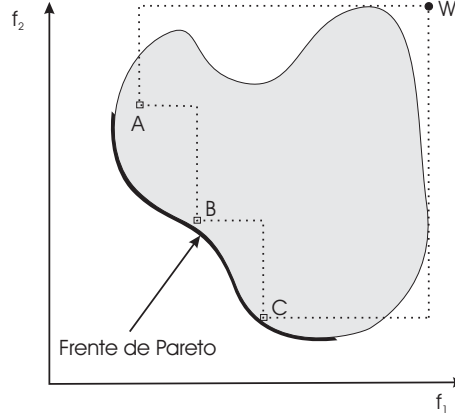


Figura 3.12: Hipervolumen delimitado por tres puntos A, B y C respecto al punto de referencia W.

- **Hipervolumen – HV.** La métrica *hipervolumen* [ZT99] es un indicador combinado de convergencia y diversidad que calcula el volumen, en el espacio de objetivos, cubierto por los miembros de un conjunto Q de soluciones no dominadas (la región acotada por la línea discontinua en la Figura 3.12, $Q = \{A, B, C\}$) para problemas en los que todos los objetivos deben ser minimizados. Matemáticamente, para cada solución $i \in Q$, un hipercubo v_i se construye utilizando un punto de referencia W (que puede estar compuesto por la peor solución para cada objetivo, por ejemplo) y la solución i como las esquinas de la diagonal del hipercubo. El punto de referencia se puede obtener simplemente construyendo un vector de los peores valores para las funciones. Así, HV se calcula como el volumen de la unión de todos los hipercubos:

$$HV = \text{volumen} \left(\bigcup_{i=1}^{|Q|} v_i \right). \quad (3.5)$$

- **Cubrimiento de conjuntos – $C(A, B)$.** El *cubrimiento de conjuntos* $C(A, B)$ calcula la proporción de soluciones en el conjunto B que son dominadas por soluciones del conjunto A :

$$C(A, B) = \frac{|\{b \in B | \exists a \in A : a \leq b\}|}{|B|}. \quad (3.6)$$

Un valor de la métrica $C(A, B) = 1$ significa que todos los miembros de B son dominados por A , mientras que $C(A, B) = 0$ significa que ningún miembro de B es dominado por A . De esta forma, cuanto mayor sea $C(A, B)$, mejor es el frente de Pareto A con respecto a B . Ya que el operador de dominancia no es simétrico, $C(A, B)$ no es necesariamente igual a $1 - C(B, A)$, y tanto $C(A, B)$ como $C(B, A)$ deben ser calculados para conocer cuántas soluciones de A son cubiertas por B y viceversa.

Tabla 3.1: Ejemplo de tabla con los resultados del test de Wilcoxon. Fuente: [ZNLC15].

Leyenda original: Statistical comparison (Wilcoxon rank-sum test) summary for the I_{HV} values of the 25N_35B bridge instance. The symbols mean: the algorithm in the row is statistically better than the one in the column ('▲'), the opposite ('▽'), and no statistical difference ('-').

	PAES	MOCeII	SMS-EMOA	MOEA/D	SMPSO	GDE3
NSG AII	▲	▽	▲	▽	▲	▲
PAES		▽	▽	▽	▲	▲
MOCeII			▲	▽	▲	▲
SMS-EMOA				▽	▲	▲
MOEA/D					▲	▲
SMPSO						▽

Hay que indicar algunas métricas presentadas es necesario normalizar de alguna forma los frentes obtenidos para no obtener resultados engañosos. Así, si se dispone del frente óptimo, se normaliza respecto a éste. Si, por el contrario, el frente óptimo no es conocido, cuando se quieren comparar varios algoritmos para el problema el procedimiento que se sigue consiste en buscar el frente de referencia compuesto por las soluciones no dominadas para cada instancia de todas las ejecuciones y normalizar respecto a éste. Este segundo procedimiento es el que se ha usado en esta tesis.

3.5.2. Análisis estadístico de los resultados

Una vez definidos los indicadores de calidad y rendimiento y realizadas un mínimo de ejecuciones independientes se tiene un conjunto de datos por cada indicador, algoritmo y problema. Desde el punto de vista estadístico, estos datos se pueden considerar como muestras de una función de densidad de probabilidad y, para poder sacar conclusiones correctas, hay que realizar un análisis de los mismos para determinar si las diferencias observadas son significativas.

En los artículos que se han publicado y que avalan la tesis se ha usado el test de suma de rangos de Wilcoxon, un test no paramétrico que permite hacer comparaciones dos a dos entre los resultados de pares de algoritmos para analizar la significancia estadística de los mismos [Dem06]. En todos los trabajos se ha aplicado un nivel de confianza del 95 % (un nivel de significancia del 5 % o *p-value* menor de 0.05), lo que implica que la probabilidad de que las diferencias observadas no se deban al azar es del 95 %. Los resultados del test de Wilcoxon se han expresado en forma tabular, como se ilustra en la tabla 3.1.

Otra herramienta estadística que se ha utilizado es el diagrama de cajas o *boxplot*, que es una herramienta de estadística descriptiva que permite visualizar un conjunto de datos mostrando en una figura con forma de rectángulo los valores del primer cuartil (parte inferior del rectángulo), de la mediana (una línea que atraviesa dicho rectángulo) y del tercer cuartil (parte superior del rectángulo). Los valores atípicos (*outliers*) se muestran como círculos. De esta forma se puede apreciar de un vistazo la dispersión de los datos. Un ejemplo de diagrama con boxplots se muestra en la Figura 3.13.

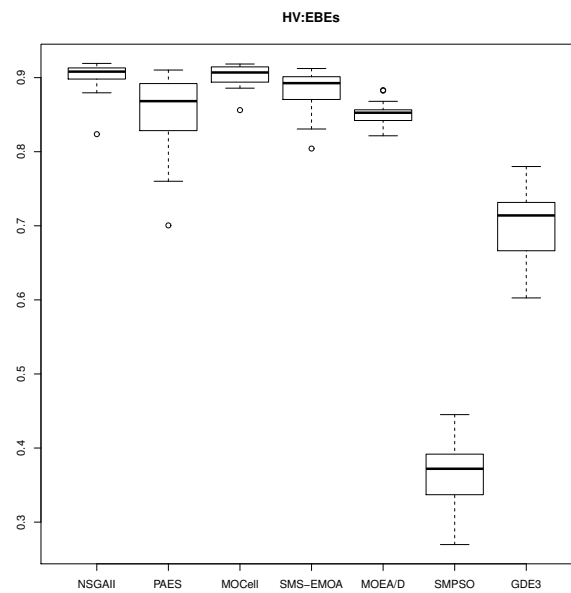


Figura 3.13: Ejemplo de presentación de resultados usando boxplots. Fuente: [ZNLC15].
 Leyenda original: Boxplot representation of the I_{HV} values obtained for the 133N_221B bridge

Capítulo 4

Trabajos Publicados

Como resultado de los trabajos de investigación de esta tesis se han publicado una serie de artículos tanto en revistas internacionales como en congresos. En concreto, se han publicado cuatro artículos en revistas que están indexadas en el Journal Citation Reports (JCR) del Institute for Scientific Information (ISI) y que sirven para avalar la tesis. Además se ha presentado un artículo en un congreso internacional y dos artículos en congresos nacionales.

4.1. Listado de las Contribuciones

Los siete artículos tienen en común la temática de optimización multi-objetivo aplicada a la ingeniería estructural. De forma esquemática, estas contribuciones se pueden resumir como sigue:

Revistas internacionales indexadas en ISI-JCR

- [1] G.R. Zavala, A.J. Nebro, F. Luna, C.A. Coello Coello. *A Survey of Multi-objective Metaheuristics Applied to Structural Optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization. Volumen 59, Número 4, páginas: 537-558. Octubre 2013 Factor de impacto 2014: 1.974. Q1 en la categoría ENGINEERING, MULTIDISCIPLINARY (15 de 83). DOI: 10.1007/s00158-013-0996-4. Referencias (a fecha de 15 de septiembre de 2015): 14 (fuente: Google Scholar).
- [2] G.R. Zavala, A.J. Nebro, Juan J. Durillo, F. Luna. *Integrating a Multi-Objective Optimization Framework Into a Structural Design Software*. Advances in Engineering Software. Volumen 76, páginas: 161-170. Octubre 2014. Factor de impacto 2014: 1.584. Q2 en la categoría COMPUTER SCIENCE, SOFTWARE ENGINEERING (30 de 104). DOI: 10.1016/j.advengsoft.2014.07.002
- [3] G.R. Zavala, A.J. Nebro, F. Luna, C.A. Coello Coello. *Structural Design using Multi-objective Metaheuristics. Comparative Study and Application to a Real-World Problem*. Structural and Multidisciplinary Optimization. En prensa desde el 29 de octubre de 2015. ISSN: 1615-147X. Páginas: 1-22. Factor de impacto 2014: 1.974. Q1 en la categoría ENGINEERING, MULTIDISCIPLINARY (15 de 83). DOI: 10.1007/s00158-015-1291-3
- [4] F. Luna, G.R. Zavala, A.J. Nebro, J.J. Durillo, C.A. Coello Coello *Distributed multi-objective metaheuristics for real-world structural optimization problems*. En prensa desde el 21 de Agosto de 2014. Computer Journal, Factor de impacto 2014: 0.787. Q3 En la categoría COMPUTER SCIENCE, THEORY & METHODS (61 de 102). DOI: 10.1093/comjnl/bxu082

Congresos internacionales

- [1] F. Luna, G.R. Zavala, A.J. Nebro, J.J. Durillo. *Solving a Real-World Structural Optimization Problem with a Distributed SMS-EMOA Algorithm*. 2nd International Workshop on Soft Computing Techniques in Cluster and Grid Computing Systems, Compiègne, France.

Congresos nacionales

- [1] A.J. Nebro, G.R. Zavala, J.J. Durillo, F. Luna. *Optimización de Problemas Multi-objetivo de Ingeniería Civil con jMetal*. X Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados - MAEB 2015, Mérida, España.
- [2] F. Luna, G.R. Zavala, A.J. Nebro, J.J. Durillo. *Un SMS-EMOA paralelo para resolver un problema real de ingeniería civil*. X Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados - MAEB 2015, Mérida, España.

4.2. Resumen de los artículos que avalan la tesis

Los resúmenes de los resultados de los cuatro artículos que avalan la tesis se incluyen en esta sección. Todos ellos giran en torno a la temática general objeto de la tesis y globalmente permiten dar coherencia al trabajo de investigación realizado. De este modo, en primer lugar se ha llevado a cabo una revisión del estado del arte sobre trabajos relacionados para determinar líneas abiertas de investigación; se ha continuado con el desarrollo de una herramienta software para el diseño integral de estructuras, incluyendo un módulo de optimización; a partir de aquí se ha hecho un estudio experimental sobre problemas reales con técnicas modernas de optimización multi-objetivo; finalmente, se han usado técnicas paralelas para abordar la optimización de un problema real de muy elevada complejidad.

4.2.1. A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization

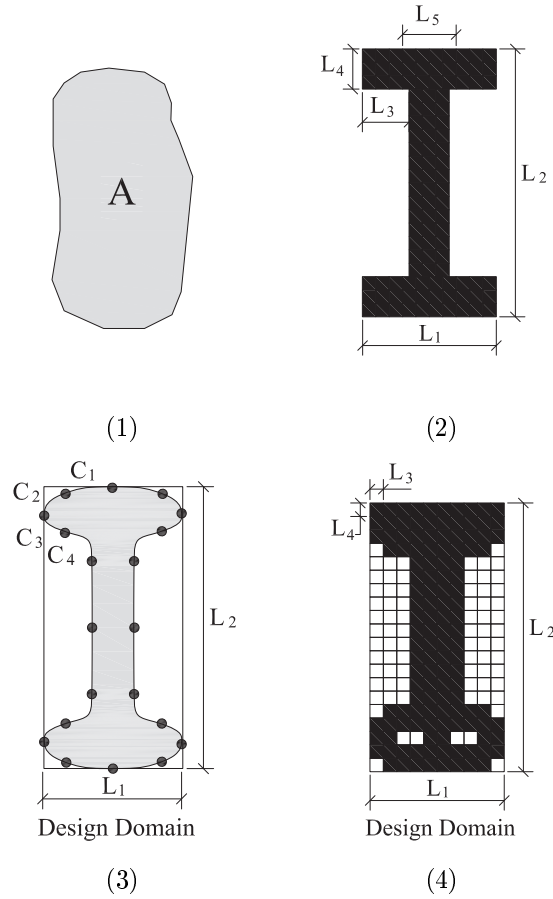
Referencia: [ZNLCC14]

En el artículo [ZNLCC14] se realizó una revisión de los trabajos más relevantes publicados sobre la temática de diseño de estructuras y optimización multi-objetivo con metaheurísticas. El objetivo del trabajo fue analizar tanto las técnicas utilizadas como las aplicaciones abordadas. Para ello se propuso una clasificación de los problemas de estructuras en torno a dos categorías, el diseño de las barras y el diseño de la topología.

La clasificación propuesta fue la siguiente:

1. Diseño de barras o elementos
 - Optimización de área (1.y)
 - Optimización de tamaño (2.y)
 - Optimización de forma (3.y)
 - Optimización de la topología de las secciones transversales (4.x)
2. Diseño de topología
 - Sin optimización (x,1)

Figura 4.1: Variantes de problemas de diseño de barras: (1) Área sin tamaño, (2) tamaño, (3) forma, and (4) topología de la sección transversal



- Optimización discreta ($x,2$)
- Optimización continua (3)

Dado que ambas clasificaciones no son excluyentes, se usa la notación (x,y) asociada a cada tipo, donde la x representa el tipo de diseño de barras (por lo que puede tomar, por tanto, valores entre 1 y 4) y la y el tipo de diseño topológico (pudiendo tomar los valores 1 y 2). La excepción es el caso (3), ya que aquí se optimiza toda la estructura. A modo ilustrativo en la figura. 4.1 se muestran los tipos de problemas del primer grupo.

El número total de artículos revisados fue 51, y tras ser analizados y clasificados se obtuvieron los siguientes resultados:

- Se determinaron y clasificaron 84 problemas de acuerdo a la clasificación definida, incluyendo las principales características de los mismos (funciones objetivo, variables de decisión y restricciones).
- Se identificaron qué técnicas algorítmicas fueron las más utilizadas y se incluyó información sobre los parámetros que se usaron para configurarlas. El resultado de este análisis indicó que el algoritmo más usado era NSGA-II.

- Se observó que la mayoría de los problemas resueltos son académicos, y apenas se ha aplicado paralelismo para su optimización.
- Se identificaron líneas de investigaciones abiertas, que constituyeron la base del resto de los artículos publicados. En concreto, la falta de estudios con metaheurísticas multi-objetivo del estado del arte y la aplicación de las mismas a problemas de diseño estructural de corte real.

Hay que reseñar que, a fecha de 15 de septiembre de 2015, este artículo ha sido referenciado 14 veces según los datos aportados por Google Scholar.

4.2.2. Integrating a multi-objective optimization framework into a structural design software

Referencia: [ZNDL14]

Con el fin de poder aplicar en la práctica los resultados de la investigación realizada se implementó una solución software compuesta por la integración de dos herramientas. Por un lado, la aplicación Ebes, que tiene una funcionalidad completa para el diseño de estructuras 2D y 3D y, por otro lado, el framework de optimización multi-objetivo jMetal [DN11]. El resultado fue una herramienta de código abierto (*open source*) denominada Ebes+jMetal, que se publicó en la revista *Advances in Engineering Software* [ZNDL14].

Ebes+jMetal tiene una doble utilidad. Por un lado, se pone a disposición de los ingenieros civiles un software que cubre todos los pasos del proceso de diseño de estructuras de barras, incluyendo un potente módulo de optimización que se puede usar con pocos conocimientos sobre metaheurísticas. Por otro lado, los problemas definidos con Ebes se pueden usar como problemas de prueba por parte de investigadores que trabajen en el diseño de nuevos algoritmos multi-objetivo, que pueden aplicarlos optimizar el diseño de estructuras 2D y 3D. Además, al ser software libre, está abierto para que pueda ser utilizado por estudiantes, profesionales de disciplinas como la ingeniería civil, ingeniería mecánica, arquitectura, etc.

4.2.3. Structural Design using Multi-objective Metaheuristics. Comparative Study and Application to a Real-World Problem

Referencia: [ZNLC15]

El artículo [ZNLC15] es resultado de abordar dos temas abiertos de investigación resultantes del survey [ZNLCC14]. En concreto, uno era que las técnicas mayoritariamente aplicadas a diseño de estructuras con metaheurísticas multi-objetivo era algoritmos evolutivos definidos a principios del año 2000; el segundo aspecto era casi todos los problemas resueltos eran académicos.

Como consecuencia, en [ZNLC15] se definieron dos problemas de corte real (ver sección 2.4); en concreto, se diseñaron dos variantes de puentes metálicos tensados de distinto tamaño, uno compuesto por 25 nodos y 35 barras y otro compuesto por 133 nodos y 221 barras. Estos problemas fueron el objetivo de un estudio algorítmico en que se estudió el comportamiento de siete metaheurísticas multi-objetivo representativas del estado del arte. No se tiene constancia de un estudio similar en la literatura.

Los resultados de este trabajo se resumen a continuación:

- Se definieron dos problemas estructurales reales de distinta complejidad.
- Se seleccionaron los siguientes algoritmos:
 - PAES [KC99b]: Estrategia evolutiva.
 - NSGA-II [DPAM02b]: Algoritmo genético.

- MOCcell [NDL⁺09]: Algoritmo genético celular.
 - GDE3 [KL05]: Evolución diferencial.
 - SMPSO [NDGN⁺09]: Optimización mediante enjambre de partículas (*particle swarm optimization*).
 - SMS-EMOA [BNE07]: Algoritmo genético basado en indicador de calidad.
 - MOEA/D [ZL07]: Algoritmo evolutivo basado en descomposición.
- Se realizó un estudio comparativo de las siete técnicas sobre los problemas propuestos.
 - El estudio reveló que las técnicas que produjeron los resultados de mayor calidad fueron MOCcell y NSGA-II.
 - Se mostraron soluciones concretas obtenidas con los algoritmos estudiados.

4.2.4. Distributed multi-objective metaheuristics for real-world structural optimization problems

Referencia: [LZN⁺14]

Las estructuras propuestas en [ZNLC15] tienen un tamaño que hace que su optimización con metaheurísticas sea viable usando un único ordenador. En [LZN⁺14] se diseñó una estructura de gran tamaño; en particular, se planteó un puente metálico tensado compuesto de 837 nodos y 1584 barras (ver sección 2.4). Las pruebas preliminares mostraron que era necesario usar paralelismo a media escala para obtener soluciones factibles en un tiempo razonable. Para ello era necesario, por tanto, paralelizar las metaheurísticas que se fuesen a usar para resolverlo. En este artículo también se incluyó el mayor de los puentes propuestos en [ZNLC15].

Los resultados del artículo [LZN⁺14] se resumen a continuación:

- Se optimizaron dos problemas reales de diseño de puentes atirantados bi-objetivo. Uno de los puentes contó con 133 nudos y 221 barras, siendo un problema de mediana complejidad. El otro constó de 837 nudos y 1.584 barras, siendo un problema de alta complejidad por el elevado número de variables de decisiones y restricciones a la solución.
- Se desarrolló una infraestructura distribuida para ejecutar metaheurísticas basadas en la plataforma Condor.
- Se diseñaron versiones distribuidas, ajustadas al modelo máster/esclavo, de cuatro metaheurísticas multi-objetivo:
- Se aplicaron cuatro algoritmos OM paralelos tipo máster/esclavo (identificados con mw):
 - mwNSGA-II [DPAM02b]: Algoritmo genético.
 - mwSMS-EMOA [BNE07]: Algoritmo genético basado en indicador de calidad.
 - mwMOCcell [NDL⁺09]: Algoritmo de
 - mwSMPSO: SMPSO Particle swarm optimization based Metaheuristic for Multi-objective Optimization[NDGN⁺09]

No se tiene constancia de que existan versiones distribuidas de estos algoritmos con la excepción de NSGA-II.

- Los algoritmos mwNSGA-II y SMS-EMOA son los que obtuvieron resultados más prometedores.

- Para obtener un frente de soluciones de calidad razonable sobre el puente de mayor tamaño hicieron falta utilizar 420 núcleos, con lo que se resolvió el problema en unas 18 horas, cuando con un solo procesador hubiera demorado aproximadamente 311 días.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

Como conclusiones de la tesis, en este capítulo se va a resumir el trabajo realizado, se van a enumerar las contribuciones que se han hecho y se comentarán líneas de investigación que han quedado abiertas para futuros trabajos.

5.1. Resumen del trabajo realizado

La temática sobre la que ha girado la tesis ha sido la optimización del diseño de estructuras usando metaheurísticas multi-objetivo. Se ha partido de una revisión inicial de los trabajos publicados sobre dicha temática, que ha permitido establecer una clasificación de los tipos de problemas estructurales abordados en la literatura y qué técnicas se han usado para optimizarlos. A raíz de esta revisión, se ha realizado un estudio empírico que ha incluido la utilización de metaheurísticas multi-objetivo representativas el estado del arte, la mayor parte de las cuales nunca se había aplicado al diseño estructural, y se han definido varios problemas reales que han sido objeto de estudio.

Con el fin de disponer una herramienta software que permitiese satisfacer las necesidades para llevar a cabo las investigaciones planteadas se ha implementado una aplicación denominada Ebes+jMetal. Este software, mediante la integración de dos componentes, Ebes para el diseño y análisis de estructuras, y jMetal como framework de optimización multi-objetivo, es una herramienta diseño integral de estructuras que es de libre disposición puesto que se ha optado por la opción de publicarla con código abierto.

Por último, la propuesta de optimizar una estructura de gran tamaño ha dado lugar a un estudio de paralelización en el que se han usado más de 420 núcleos para obtener resultados de calidad que de otra forma hubiera costado meses de cómputo en un único ordenador.

Todos estos trabajos han dado lugar a la publicación de cuatro artículos en revistas internacionales indexadas en el JCR, dos de las cuales están el primer cuartil de su categoría, una está en el segundo y la última en el tercero.

5.2. Resumen de contribuciones

Las principales contribuciones de esta tesis se comentan a continuación:

- **Clasificación de tipos de problemas de diseño estructural.** Se ha propuesto una taxonomía para clasificar los problemas de diseño de estructuras, compuesta de dos tipos principales, subdivididos en cuatro y tres subgrupos respectivamente.

- **Revisión de trabajos publicados sobre optimización multi-objetivo aplicada a diseño de estructuras.** Se han analizado 51 artículos representativos de los trabajos realizados desde los años 90 y se han clasificado según la taxonomía propuesta. También se ha hecho un análisis de las técnicas algorítmicas aplicadas en estos estudios. El resultado es que se ha constatado que en la mayoría de los casos las metaheurísticas utilizadas son conocidas pero presentadas hace 15 años, ignorándose la gran cantidad de algoritmos avanzados que se han propuesto en los últimos años.
- **Herramienta de diseño y optimización de estructuras.** Se ha implementado una herramienta software, denominada Ebes+jMetal, de código abierto, que tiene toda la funcionalidad necesaria para diseñar estructuras 2D y 3D y optimizarlas con metaheurísticas multi-objetivo.
- **Sitio Web para Ebes+jMetal.** Se ha creado un sitio Web (<http://ebesjmetal.sourceforge.net/>) para Ebes+jMetal, incluyendo un enlace al código fuente, las publicaciones relacionadas, algunas estructuras diseñadas con la herramienta, y un tutorial visual de su funcionamiento.
- **Definición de tres estructuras reales con Ebes+jMetal.** Se han diseñado tres puentes metálicos tensados de diferente tamaño para ser usados como problemas a optimizar.
- **Estudio algorítmico de siete metaheurísticas multi-objetivo del estado del arte.** Se ha hecho un estudio comparativo, tomando como problemas de diseño a optimizar los dos puentes tensados de menor tamaño, con siete algoritmos multi-objetivo que son representativos del estado del arte con el fin de determinar qué técnicas son las que mejores diseños ofrecen al ingeniero civil.
- **Diseño de metaheurísticas distribuidas.** Con el fin de poder optimizar el diseño del puente de mayor tamaño de los definidos se han diseñado versiones distribuidas de cuatro metaheurísticas multi-objetivo, lo que ha permitido obtener resultados satisfactorios en varias horas gracias al uso de hasta 420 núcleos.

5.3. Líneas de trabajo futuro

Como ocurre en todo trabajo de investigación que culmina en una tesis doctoral, al final la misma siempre aparecen aspectos de interés que se podrían haber abordado y que no se ha hecho por la necesidad de poner fin en algún momento concreto a los años de intenso trabajo. Muchos de estos temas son posibles extensiones naturales de los artículos publicados, pero otros son nuevas líneas de investigación que podrían dar lugar por sí mismas a tesis doctorales que serían una continuación de la que se presenta en este documento.

Entre estas líneas abiertas de investigación se pueden citar las siguientes:

1. **Aplicación de las técnicas de optimización a otros problemas de diseño estructural.** En este trabajo se han usado como problemas de diseño tres variantes de una estructura concreta, un puente metálico tensado, pero se podrían estudiar estructuras de otro tipo: naves industriales, torres de soporte de cables de alta tensión, etc. Esto permitiría además comprobar si las técnicas de optimización que mejor han rendido al optimizar los puentes siguen siendo igual de competitivas al ser aplicadas a las nuevas estructuras. De ser así se obtendría una información muy valiosa para los ingenieros civiles interesados en este tipo de problemas.
2. **Diseño de algoritmos de optimización ad-hoc.** En esta tesis se ha seguido el enfoque comúnmente aceptado en la comunidad de investigación multi-objetivo: dado un problema a

resolver, seleccionar un conjunto representativo de algoritmos y realizar un estudio riguroso. Sin embargo, con esta aproximación no se tiene la seguridad de haber seleccionado al mejor algoritmo posible. Una alternativa es diseñar una metaheurística que se ajuste a los problemas de diseño estructural. Esto se puede hacer de dos formas:

- a)* Definiendo operadores específicos. Se podrían plantear operadores de mutación, que tuvieran en cuenta la estructura de la soluciones con el fin de modificarlas de forma inteligente, y diseñar técnicas de búsqueda local que intentasen mejorar las soluciones encontradas usando probablemente el operador de mutación.
 - b)* Utilizando el diseño automático de algoritmos. Se trata de una línea muy novedosa en la que un framework va seleccionando y combinando diferentes componentes algorítmicos (operadores de búsqueda, de selección, estimadores de densidad, etc.), así ajustando su parametrización, para mejorar las soluciones a un problema (o problemas) dado. Es decir, se trata de componer automáticamente un algoritmo para un problema dado.
- 3. Incorporación de preferencias en la búsqueda.** En muchas ocasiones, el ingeniero civil puede estar interesado, por las características de su diseño estructural, en ciertas soluciones más localizadas en partes concretas del frente. Esta información se podría incorporar en el proceso de búsqueda para hacer que los algoritmos exploren esa porción del espacio de soluciones y así encontrar estructuras más cercanas a los deseos del diseñador.

Apéndice A

Cálculo de estructuras

Este apéndice incluye los detalles del cálculo numérico utilizado para evaluar las variables de decisión y obtener los valores de las funciones objetivo utilizadas por las metaheurísticas multi-objetivo.

A.1. Análisis Matricial de Estructuras

El Método Matricial de la Rigidez (MMR, en inglés *Stiffness Matrix Method*) también conocido como Análisis Matricial de Estructuras (*Matrix Analysis of Structures*) [TCMT56], al igual que el Método de los Elementos Finitos (*Method Element Finite*, FEM), permiten resolver y simular numéricamente comportamientos estructurales. Estos métodos están bien adaptados para ser utilizados por programas computacionales.

El MMR es el que se ha utilizado en esta tesis y está basado en la teoría convencional de soluciones exactas de las ecuaciones diferenciales tensión-deformación, donde las tensiones y deformaciones tienen relaciones lineales para un elemento asimilable a una barra prismática sólida deformable. Según [Fel01] el método estaría enriquecido por las contribuciones de varios autores. Aplicaciones prácticas de esta técnica se incluyen en [Arg81, Kas12]. El MMR permite incluir el efecto de segundo orden acoplando la matriz de rigidez geométrica no lineal de segundo orden para dar soluciones a estructuras con deformaciones importantes como los casos de puentes [TDMM60, Prz68, YM86]. Este efecto incrementa las deformaciones de flexión en las barras cuando está sometida a la compresión. Finalmente, para la estabilidad de la estructura se realizan las verificaciones de tensiones incluyendo el fenómeno de pandeo, que es un fenómeno de inestabilidad elástica que según condiciones propicias suele ocurrir en elementos comprimidos esbeltos y se manifiesta por la aparición de desplazamientos importantes en direcciones transversales a la dirección principal de compresión.

Esta introducción sobre el MMR incluye los criterios adoptados y utilizados para interpretar los signos de las coordenadas, fuerzas, momentos flectores, desplazamientos y giros.

■ Sistema de Coordenadas Global

La estructura espacial debe estar referida a un único origen desde el cual se consideran las posiciones y distancias de las entidades que componen la forma. Se define al Sistema Coordenadas Global (SCG) en un espacio cartesiano tridimensional, con tres ejes dextrógiros XYZ representando un punto como origen absoluto del espacio. En el SCG se conceptualiza la topología de la estructura ubicando los nodos en el espacio, los vectores fuerzas y vectores desplazamientos aplicados en esos nodos. Las uniones entre dos nodos definen una línea que se corresponde con la barra, el conjunto de líneas da el esqueleto o malla de alambre que es el

esquema topológico propio de la estructura. Las cargas externas que someten a la estructura provocan deformaciones en las barras y corrimientos en los nodos provocando un trabajo en la estructura. Este trabajo genera esfuerzos internos de resistencia como fuerzas (*forces*) y momentos flectores y torsores (*bending and torsional moment*). Los nodos podrán desplazarse y rotar como el ejemplo de la Figura A.1 y serán factibles de mensurarlos con un sistema base común a todos.

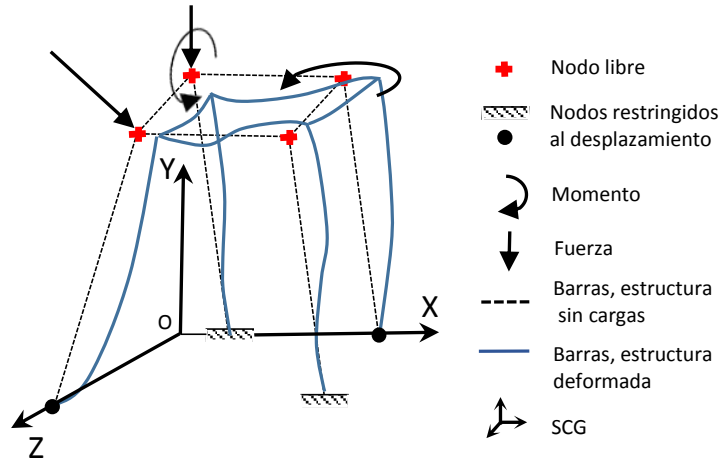


Figura A.1: Ejemplo de una estructura definida en el SCG.

Dado que deben definirse vectores en el espacio (punto de aplicación, sentido e intensidad) es necesario contar con una criterio de convención de signos, para el que se utilizaremos la regla de la mano derecha Figura A.2 e indicaremos las siglas de estos esfuerzos y corrimientos con letras mayúsculas cuando se hace referencia al SCG. El dedo pulgar da el sentido de las fuerzas y desplazamientos en el eje X , el dedo índice el sentido del eje Y , quedando el mayor para el sentido respecto Z . El sentido de giro antihorario del momento al igual que las rotaciones de los nudos son positivos, de modo tal que utilizando la mano derecha como guía el pulgar hacia arriba dará el sentido positivo de la fuerza y la palma de la mano dará el sentido de rotación o giro.

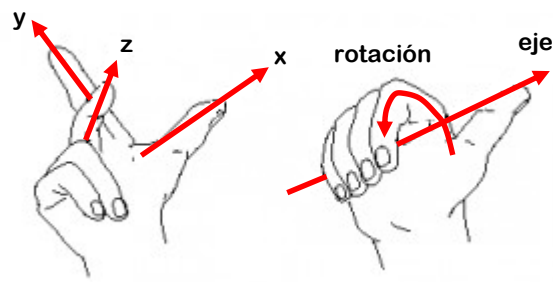


Figura A.2: Regla de la mano derecha para indicar sentido positivo de los vectores y rotaciones

Con la convención de signos adoptada, aplicaríamos en los nudos los vectores con sentido positivo de la siguiente manera Figura A.3

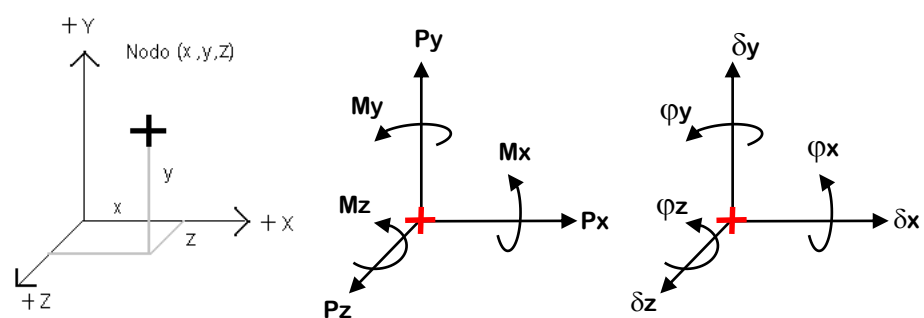


Figura A.3: Sentidos positivos para fuerzas, momentos, desplazamientos y giros

■ Sistema de Coordenadas Local

Para entender el comportamiento de la estructura se debe comprender primeramente el comportamiento de una barra. Los cargas en las barras producen esfuerzos internos que generan efectos en los nodos, además cuando se manifiestan corrimientos en uno de sus nodos a través de la barra se transmiten efectos en el nodo opuesto. Estos efectos en nodos y barras se analizan individualmente en el Sistema de Coordenadas Local (SCL) que también posee tres ejes xyz , dado que la barra se analiza en el campo tridimensional. El SCL se ubica en los extremos de las barras haciendo coincidir el eje x en la dirección del eje longitudinal del elemento. Con el SCL en cada nodo se sabrán las direcciones, sentidos e intensidades de los desplazamientos y esfuerzos resultantes en las barra. Se considera constante a la sección transversal de la barra, es decir que la forma y dimensiones de la sección transversal no cambia en toda su longitud y pertenece al plano formado por los ejes yz . El eje longitudinal x coincide con el baricentro de la figura. La barra posee dos nodos que lo llamaremos i y j , el nodo i es el de menor numeración y el nodo j el de mayor numeración. Cada nodo tiene su interpretación para acomodar el SCL. De igual manera, para el nodo j se utiliza la regla de la mano derecha, ubicando el origen en el centro de gravedad de la sección transversal. El SCL del nodo i coincide con la rotación de la mano derecha 180° Figura A.4. La longitud l_{ij} de la barra queda definida por las coordenadas de los extremos. Indicaremos las siglas con letras minúsculas.

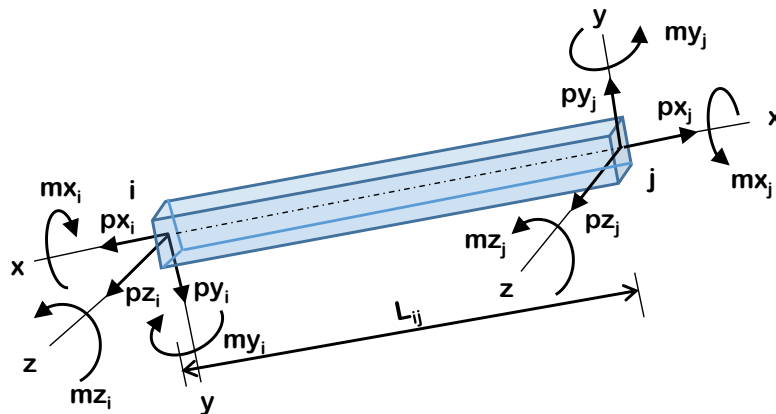


Figura A.4: Sentidos positivos de los SCL para los nodos de la barra

■ Matriz de rigidez de la barra 3D en el Sistema de Coordenadas Local

La matriz de rigidez de una barra tiene base en los siguientes teoremas, simplifícadamente dicen:

Betti:¹ *En estructuras elásticas lineales las tensiones son proporcionales a las deformaciones..* **Maxwell:**² *es un caso especial del teorema de Betti, La matriz de flexibilidad es simétrica..* **Castigliano:**³ *La derivada parcial de la energía de deformación de un sistema linealmente elástico con respecto a una fuerza seleccionada actúa sobre el sistema dando el desplazamiento de esa fuerza a lo largo de su dirección.*

Estos teoremas en el campo elástico permiten analizar los desplazamientos y rotaciones como acciones y efectos individuales; por ejemplo, se aplica un desplazamiento en el nodo i y se deducen las reacciones en el otro extremo de la barra en el nodo j debido a los efectos transmitidos a lo largo del sólido deformable. Para mantener las condiciones de equilibrio en el nodo opuesto aparecen fuerzas y momentos de reacción con intensidades según las características geométricas de la pieza y las características mecánicas del material. Los análisis individuales de acción y reacción y la relación tensión deformación son considerados en conjunto por superposición de los efectos para contribuir al equilibrio de la barra. En el MMR la incógnita es el vector de deformaciones (desplazamientos y rotaciones de nodos), los datos son el vector de fuerzas (fuerzas y momentos) y la matriz de rigidez de la estructura (características físicas del material y geométricas de las barras). Expondremos las ecuaciones de los esfuerzos en ambos extremos de la barra ij cuando se aplican desplazamientos y rotaciones a los nodos. En la Figura (A.5) están las representaciones del comportamiento de una barra y las ecuaciones que relacionan las deformaciones y los esfuerzos de un elemento barra con las características geométricas y mecánicas de la sección transversal y resistencia del material. El nodo j contiene los esfuerzos de reacciones como resultado de los desplazamientos y rotaciones impuestas en el extremo i , también así los esfuerzos que debiera tener el nodo i producto de esos desplazamientos.

¹Betti, E., Il Nuovo Cimento. Series 2, Vol's 7 and 8, 1872.

²Maxwell, J.C., On the Calculation of the Equilibrium and Stiffness of Frames, Philosophical Magazine, vol. 27, pp. 294-299, 1864.

³Castigliano C.A: Deflection Theorem, 1873

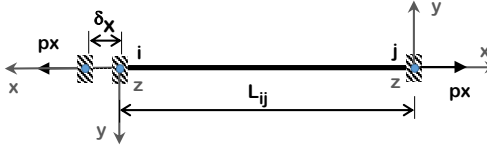
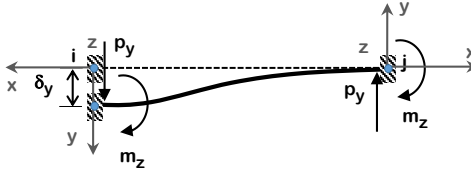
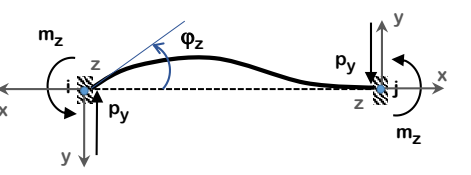
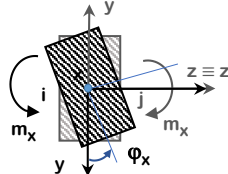
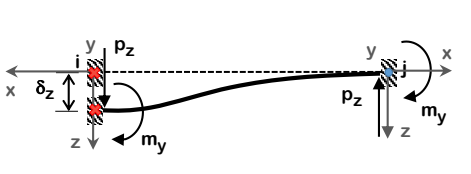
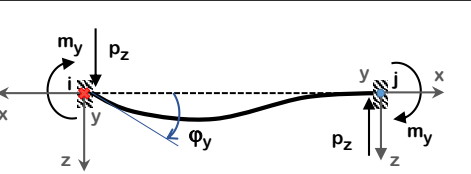
$p_x = \frac{EF}{l_{ij}} \delta_x \quad (\text{A.1})$ <p>fuerzas en i</p>	 <p>(1) desplazamiento x en nodo i</p>	$p_x = \frac{EF}{l_{ij}} \delta_x \quad (\text{A.2})$ <p>fuerzas en j</p>
$p_y = \frac{12EI_z}{l_{ij}^3} \delta_y \quad (\text{A.3})$ $m_z = -\frac{6EI_z}{l_{ij}^2} \delta_y \quad (\text{A.5})$	 <p>(2) desplazamiento y en nodo i</p>	$p_y = \frac{12EI_z}{l_{ij}^3} \delta_y \quad (\text{A.4})$ $m_z = -\frac{6EI_z}{l_{ij}^2} \delta_y \quad (\text{A.6})$
$p_y = -\frac{6EI_z}{l_{ij}^2} \varphi_z \quad (\text{A.7})$ $m_z = \frac{4EI_z}{l_{ij}} \varphi_z \quad (\text{A.9})$	 <p>(3) rotación z en nodo i</p>	$p_y = -\frac{6EI_z}{l_{ij}^2} \varphi_z \quad (\text{A.8})$ $m_z = \frac{2EI_z}{l_{ij}} \varphi_z \quad (\text{A.10})$
$m_x = \frac{GI_t}{l_{ij}} \varphi_x \quad (\text{A.11})$	 <p>(4) rotación x en nodo i</p>	$m_x = \frac{GI_t}{l_{ij}} \varphi_x \quad (\text{A.12})$
$p_z = \frac{12EI_y}{l_{ij}^3} \delta_z \quad (\text{A.13})$ $m_y = \frac{6EI_y}{l_{ij}^2} \delta_z \quad (\text{A.15})$	 <p>(5) desplazamiento z en nodo i</p>	$p_z = -\frac{12EI_y}{l_{ij}^3} \delta_z \quad (\text{A.14})$ $m_y = -\frac{6EI_y}{l_{ij}^2} \delta_z \quad (\text{A.16})$
$p_z = \frac{6EI_y}{l_{ij}^2} \varphi_y \quad (\text{A.17})$ $m_y = \frac{4EI_y}{l_{ij}} \varphi_y \quad (\text{A.19})$	 <p>(6) rotación y en nodo i</p>	$p_z = -\frac{6EI_y}{l_{ij}^2} \varphi_y \quad (\text{A.18})$ $m_y = -\frac{2EI_y}{l_{ij}} \varphi_y \quad (\text{A.20})$

Figura A.5: Ecuaciones de desplazamientos y rotaciones positivas en el nodo i y reacciones en el nodo j de una barra

Analizando de manera opuesta provocando deformaciones en el nodo j y deduciendo los esfuerzos en el nodo i por los teoremas expuestos precedentemente y organizando un sistema de ecuaciones de forma matricial, tendremos las submatrices de coeficientes de la barra ij definidas por las Ecuaciones A.21, A.22, A.23 y A.24.

$$[k_{ii}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_p}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (A.21)$$

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{GI_p}{l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{-2EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (A.22)$$

$$[k_{ji}] = k_{ij}^T = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_p}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{-2EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (A.23)$$

$$[k_{jj}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_p}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (A.24)$$

La matriz de coeficientes para un elemento llamada Matriz de Rigidez (MR) de la barra ij es simétrica respecto a la diagonal, queda formada por la Ecuación (A.25).

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_p}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_p}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{bmatrix} \quad (A.25)$$

La expresión matricial compacta para una barra en coordenadas locales es la Ecuación (A.26)

$$[p] = [k][\delta] \quad (\text{A.26})$$

La misma pero considerando submatrices tiene la forma de la Ecuación (A.27)

$$\begin{bmatrix} p_{ij} \\ p_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^j & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{ij} \\ \delta_{ji} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

De los dos subíndices de las submatrices k , el primero designa el extremo en el que se desarrollan las fuerzas y el segundo el extremo en el que se introducen los desplazamientos. El superíndice j y el i que se añade en el elemento k_{ii} y k_{jj} respectivamente, indica la referencia a la barra ij

El desarrollo de la Ecuación (A.27) da:

$$\begin{aligned} p_{ij} &= k_{ii}^j \delta_{ij} + k_{ij} \delta_{ji} \\ p_{ji} &= k_{ji} \delta_{ij} + k_{jj}^i \delta_{ji} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Se ha desarrollado las ecuaciones que intervienen en un sistema de estructura de barras espacial de conexión rígida entre barras. En la Figura (A.6) se comparan las cantidades de incógnitas con otros tipos de estructuras.

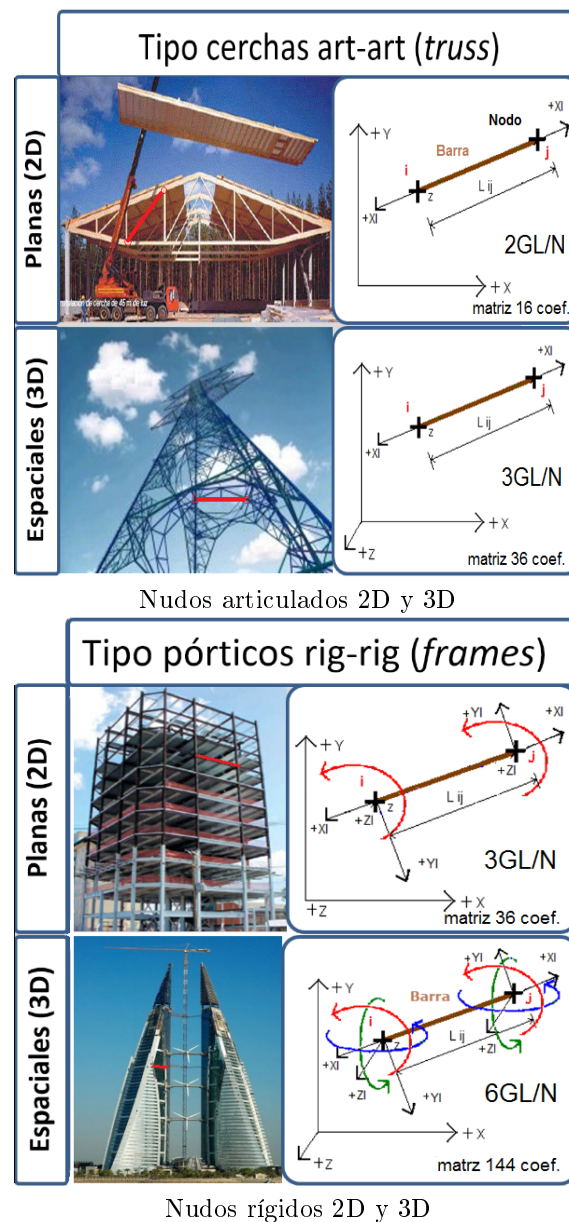


Figura A.6: Complejidad entre las estructuras planas y espaciales, grados de libertad por nodos (GL/N) y cantidad de coeficientes que contienen las matrices de coordenadas locales

■ **Matriz de rigidez de la barra en el Sistema de Coordenadas Global.**

Recordando que la barra con extremos rígidos poseen en cada nodo extremo un SCL para los ejes xyz y que se conocen las relaciones de deformación y esfuerzos internos para ese sistema de coordenadas y que además, se sabe que el SCG está formado por los ejes XYZ en donde todos los nudos, las cargas, desplazamientos y rotaciones tiene un único sistema de referencia de posición en el espacio, entonces se puede migrar los efectos de cada barra desde el SCL al único sistema en común que es el SCG, permitiendo de este modo captar

el trabajo individual de cada barra y analizar el comportamiento del conjunto (estructura). Debe tenerse en consideración que los ejes principales de la sección $x_p y_p z_p$ están referidos al Sistema de Coordenadas Principales (SCP) y de no coincidir con el SCL, es decir que la barra si se encuentra rotada un ángulo β entre ambos sistemas y_p e y y z_p y z como se muestra en la Figura A.7 se debe hacer un paso previo de cambio de coordenadas, pasar primeramente del SCP al SCL y luego al SCG.

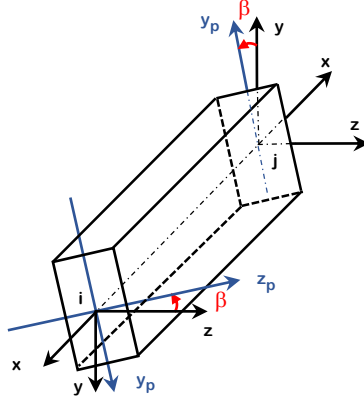


Figura A.7: Sistema de Coordenadas Principales de la sección

Planteada la situación, rotaremos el elemento desde el SCP al SCL. Matemáticamente se hace cambiando de sistemas de ejes a través de una matriz de rotación R_{jip} con ángulo β que tiene la forma respecto al nodo i en la Ecuación (A.29). Se adoptó el signo positivo en sentido antihorario desde y a y_p :

$$R_{jip} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (A.29)$$

respecto al nodo j será la Ecuación (A.30):

$$R_{jip} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (A.30)$$

La Ecuación A.28 tiene la rigidez referida al SCP, premultiplicando con las ecuaciones (A.29) y (A.30) da la Ecuación A.31 que permite cambiar al SCL:

$$\begin{aligned} p_{ijp} &= k_{iip}^j R_{ijp} \delta_{ij} + k_{ijp} R_{jip} \delta_{ji} \\ p_{jip} &= k_{jip} R_{ijp} \delta_{ij} + k_{jjp}^i R_{jip} \delta_{ji} \end{aligned} \quad (A.31)$$

También se deberá referenciar las fuerzas actuantes al SCL, para lo cual la Ecuación A.31 cambiará a:

$$\begin{aligned} p_{ij} &= R_{ijp}^T p_{ijp} = R_{ijp}^T k_{iip}^j R_{ijp} \delta_{ij} + R_{ijp}^T k_{ijp} R_{jip} \delta_{ji} \\ p_{ji} &= R_{jip}^T p_{jip} = R_{jip}^T k_{jip} R_{ijp} \delta_{ij} + R_{jip}^T k_{jjp}^i R_{jip} \delta_{ji} \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Los vectores de desplazamientos generalizados se transforman del SCL δ_{ij} al SCG Δ_{ij} pre-multiplicando la matriz de rotación R_{ij} definida por la posición espacial de la barra a través de sus coordenadas de nodos extremos, siendo la matriz de rotación de un vector del SCL al SCG en el nudo i de la barra ij

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-m}{D} & \frac{l}{D} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-ln}{D} & \frac{-mn}{D} & D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-m}{D} & \frac{l}{D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-ln}{D} & \frac{-mn}{D} & D \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

y la matriz de rotación de un vector del SCL al SCG en el nudo j de la barra ji será

$$R_{ji} = \begin{bmatrix} -l & -m & -n & 0 & 0 & 0 \\ \frac{m}{D} & \frac{-l}{D} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-ln}{D} & \frac{-mn}{D} & D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l & -m & -n \\ 0 & 0 & 0 & \frac{m}{D} & \frac{-l}{D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-ln}{D} & \frac{-mn}{D} & D \end{bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

además los cosenos directores en el extremo i del eje local x de referencia son:

$$\begin{aligned} l &= \frac{X_i - X_j}{l_{ij}} \\ m &= \frac{Y_i - Y_j}{l_{ij}} \\ n &= \frac{Z_i - Z_j}{l_{ij}} \\ D &= \sqrt{(l^2 + m^2)} \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Los cosenos directores del eje local y son perpendiculares a los ejes x y global Z :

$$Z \perp x = \begin{bmatrix} \frac{-m}{D} \\ \frac{l}{D} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.36})$$

Los cosenos directores del eje local z son perpendiculares a los ejes x y y :

$$Xl \perp Yl = \begin{bmatrix} \frac{-ln}{D} \\ \frac{-mn}{D} \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{A.37})$$

Por lo tanto la Ecuación A.32 queda:

$$\begin{aligned} p_{ij} &= R_{ijp}^T k_{iip}^j R_{ijp} R_{ij} \Delta_i + R_{ijp}^T k_{ijp} R_{jip} R_{ij} \Delta_j \\ p_{ji} &= R_{jip}^T k_{jip} R_{ijp} R_{ji} \Delta_i + R_{jip}^T k_{jjp}^i R_{jip} R_{ji} \Delta_j \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Para hacer referencia las fuerzas al SCG, se debe premultiplicar la Ecuación A.38 por la matriz R_{ij}^T quedando:

$$\begin{aligned} P_{ij} &= R_{ij}^T p_{ij} = R_{ij}^T R_{ijp}^T k_{iip}^j R_{ijp} R_{ij} \Delta_i + R_{ij}^T R_{ijp}^T k_{ijp} R_{jip} R_{ij} \Delta_j \\ P_{ji} &= R_{ji}^T p_{ji} = R_{ji}^T R_{jip}^T k_{jip} R_{ijp} R_{ji} \Delta_i + R_{ji}^T R_{jip}^T k_{jjp}^i R_{jip} R_{ji} \Delta_j \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

Definiremos a la matriz de rigidez en SCG a la igualdad de cuatro agrupamiento de factores de la Ecuación A.39:

$$\begin{aligned} K_{ij}^j &= R_{ij}^T R_{ijp}^T k_{iip}^j R_{ijp} R_{ij} \\ K_{ij} &= R_{ij}^T R_{ijp}^T k_{ijp} R_{jip} R_{ij} \\ K_{ji} &= R_{ji}^T R_{jip}^T k_{jip} R_{ijp} R_{ji} \\ K_{ji}^i &= R_{ji}^T R_{jip}^T k_{jjp}^i R_{jip} R_{ji} \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Cada uno de los factores de estas cuatro submatrices que forman la matriz de rigidez $[K]$ de una barra en SCG están formados por variables conocidas del problema. Se forman con las características geométricas y mecánicas de las barras y características físicas de los materiales. El vector de fuerzas generalizado $[P]$ también es dato del problema y está constituido por las fuerzas exteriores que actúan en los nodos de la estructura, entonces la única incógnita es el vector de desplazamientos generalizado $[\Delta]$. Así, la ecuación para resolver en forma simplificada una barra queda:

$$\begin{aligned} P_{ij} &= K_{ij}^j \Delta_i + K_{ij} \Delta_j \\ P_{ji} &= K_{ji} \Delta_i + K_{ji}^i \Delta_j \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

y en forma matricial así:

$$\begin{bmatrix} P_{ij} \\ P_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii}^j & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_i \\ \Delta_j \end{bmatrix} \quad (\text{A.42})$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones hallamos los desplazamientos en coordenadas globales de cada nudo de la barra Δ_i y Δ_j . El siguiente paso es determinar los esfuerzos a los cuales la barra está solicitada, para ello debemos convertir $[\Delta]$ que está en el SCG al SCL y luego pasarlo al SCL de la sección utilizando la Ecuación A.43

$$\begin{aligned} p_{ijp} &= k_{iip}^j R_{ijp} R_{ij} \Delta_i + k_{ijp} R_{jip} R_{ji} \Delta_j \\ p_{jip} &= k_{jip} R_{ijp} R_{ij} \Delta_i + k_{jjp}^i R_{jip} R_{ji} \Delta_j \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

■ Ensamblaje de la Matriz de Rigidez.

Podemos decir que la estructura de barras es el conjunto de elementos o miembros longitudinales representados por la directriz coincidente con x que pasa por el baricentro, en la cual la sección transversal permanece constante en toda su longitud. Supusimos que todas las cargas están aplicadas en los nudos, los elementos están unidos por sus extremos con otros elementos a través de un vínculo, este puede ser elástico, articulado pero lo consideraremos para este desarrollo como rígido. De considerarse cargas en las barras estas deberán ser reemplazadas por cargas equivalentes en los nudos.

Cada elemento posee una ubicación específica como referencia en otro sistema general común a todos SCG. Así también las cargas exteriores que definen el vector $[P]$ actuando en los

nodos forman parte del mismo sistema.

Las condiciones de bordes son las restricciones a los movimientos de los nodos, llamados a éstos nodos coartados impedidos de desplazamientos y rotaciones. Las incógnitas del vector $[\Delta]$ que son los desplazamientos y rotaciones de los nodos libres, están también referidas al SCG.

Para relacionar matemáticamente todas estas consideraciones, debemos hacer lo que se llama ensamblaje de la Matriz de Rigidez representada por la Ecuación A.44 (forma compacta), en donde la matriz $[K]$ es la rigidez de la estructura que incluye a todas las barras referidas a un único sistema de coordenadas.

$$[P] = [K][\Delta] \quad (\text{A.44})$$

El equilibrio de las fuerzas en los nodos con la ecuación matricial ensamblada es la Ecuación (A.45).

$$K_{ii} = \sum_i R_{ij}^T k_{ij}^j R_{ij}$$

$$K_{ij} = R_{ij}^T k_{ij} R_{ji} \quad (\text{A.45})$$

Utilizaremos una estructura de ejemplo, corresponde a la Figura A.8 posee 4 barras consecutivas numeradas desde el 0 al 3 con 5 nodos numerados consecutivamente del 0 al 4.

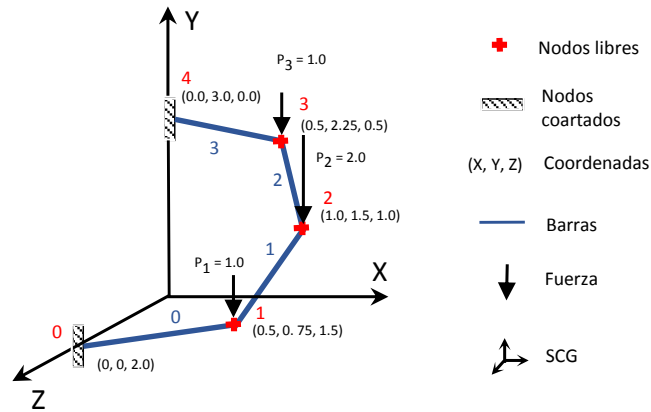


Figura A.8: Estructura ejemplo de 4 barras espaciales

El ensamblaje de la MR queda definida por la Figura A.9. La *barra*₀ vinculada a la *barra*₁ a través del *nodo*₁ provoca que se sumen las rigideces aumentando la resistencia interna de la estructura en ese lugar, idem en los nodos del 2 al 3.

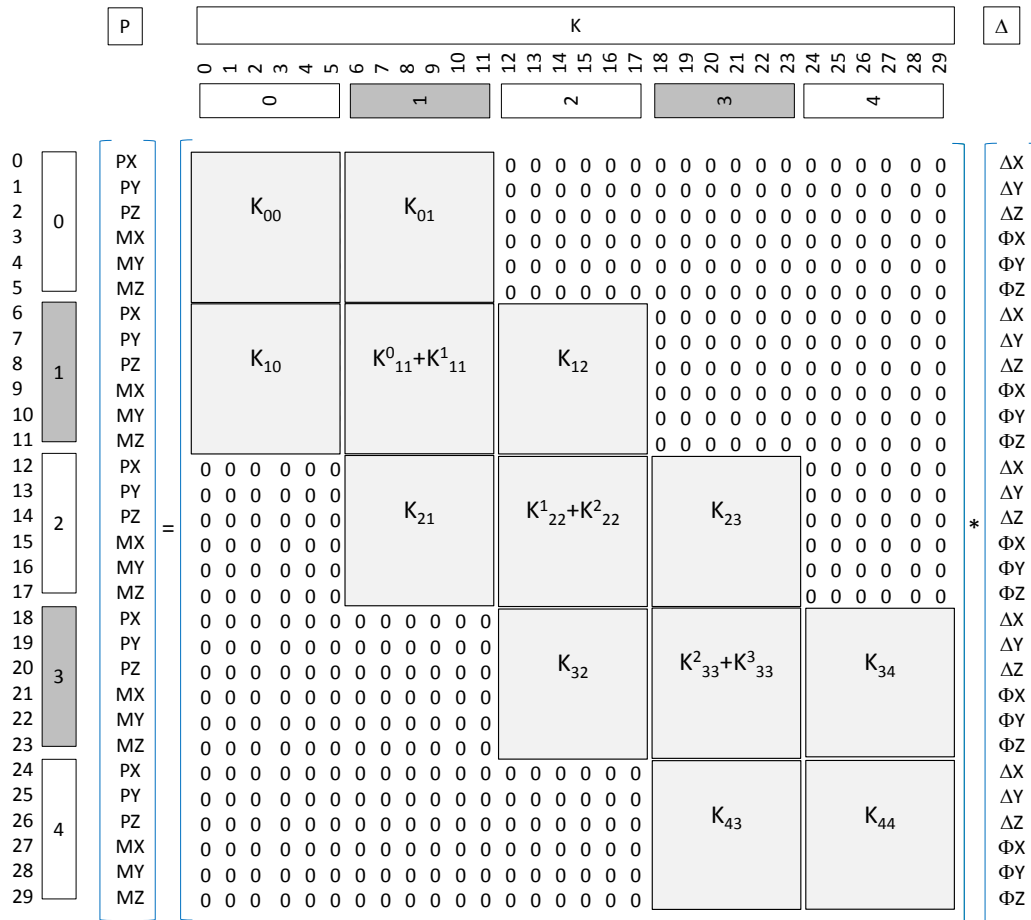


Figura A.9: Matriz de rigidez ensamblada

El siguiente paso es ubicar los datos de cargas y salir de la singularidad del sistema de ecuaciones penalizando $[K]$ respecto a las condiciones de borde Figura A.10, para ello se consideran nulos los desplazamientos y rotaciones en los nodos coartados. Queda finalmente el sistema de ecuaciones con solución para determinar el vector $[\Delta]$, y deberían obtenerse los desplazamientos y rotaciones para los nodos del 1 al 3

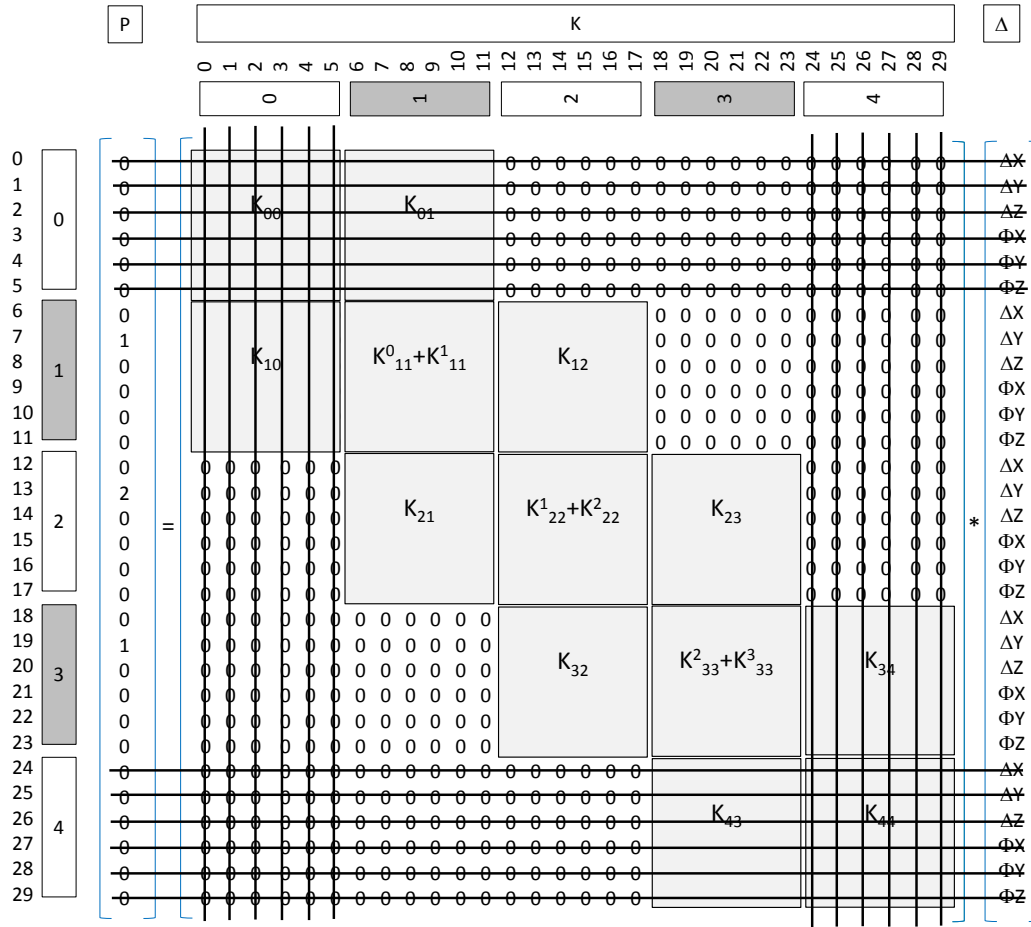


Figura A.10: Matriz de rigidez ensamblada penalizada

Luego resta aplicar estos desplazamiento y rotaciones a cada extremo de barra para calcular los esfuerzos internos en $x_p y_p z_p$, se logra aplicando la Ecuación A.43.

A.2. Matriz de rigidez no-lineal geométrica de segundo orden

Hemos considerado la teoría elástica lineal proveniente de las características propias del material, utilizable en estructuras con pequeños deformaciones. Si quisiéramos resolver estructuras tipo puentes tensados o suspendidos los cuales poseen grandes deformaciones, estructuras sometidas por acciones de viento vibraciones importantes, tendríamos que recurrir a consideraciones adicionales. Utilizamos la teoría de No-linealidad Geométrica cuyo equilibrio está formulado respecto a la deformación geométrica de la estructura y por las acciones de las fuerzas longitudinales en cada barra [YM86]. Tiene en cuenta la influencia de la fuerza axial actuando a lo largo del elemento curvado producto de la flexión. En el SCL de la barra tenemos la Ecuación A.46

$$[p] = [k_{nolin}][\delta] \quad (A.46)$$

donde $[p]$ representa el vector de cargas nodales, $[\delta]$ el vector de movimiento de los nodos y $[k_{nolin}]$ la Matriz de Rigidez de la barra en SCL de acuerdo a la teoría no-lineal de segundo orden .

La MR no-lineal de la barra queda formada sumando las rigideces de la matriz lineal y la geométrica Ecuación A.47

$$[k_{nolin}] = [k] + [k^g] \quad (A.47)$$

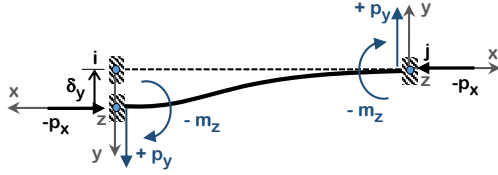
siendo $[k^g]$ la matriz de rigidez geométrica, estando formada por la Ecuación A.48

$$[k_{ij}^g] = [p^x]_{ij} [k^g]_{ij} \quad (A.48)$$

$[p^x]_{ij}$ es el esfuerzo axial en los extremos de la barra ij y $[k^g]_{ij}$ la matriz de rigidez geométrica de segundo orden de la barra ij . La matriz $[k^g]_{ij}$ formada por submatrices tiene la forma de la Ecuación A.49

$$[k^g]_{ij} = \begin{bmatrix} k_{ii}^g & k_{ij}^g \\ k_{ji}^g & k_{jj}^g \end{bmatrix} \quad (A.49)$$

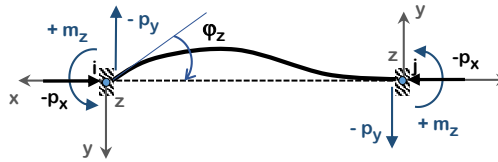
De los dos subíndices de las submatrices k , el primero designa el extremo en el que se introducen las deformaciones y en el segundo las fuerzas de reacción. El superíndice g se refiere a que la matriz de rigidez es geométrica los subíndices indica la referencia a la barra ij . Partiendo de la barra deformada los esfuerzos axiales en los extremos de la barra provocan los esfuerzos de la Tabla A.11

$$kg_{py}^i = - \left(p_x^i \frac{6}{5 l_{ij}} \right) \quad (A.50)$$


$$kg_{py}^j = - \left(p_x^j \frac{6}{5 l_{ij}} \right) \quad (A.51)$$

$$kg_{mz}^i = p_x^i \frac{1}{10} \quad (A.52) \quad (1) \text{ compresión sobre barra con } +\delta y \text{ en nodo } i$$

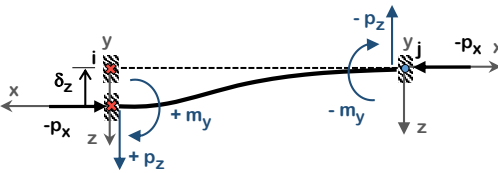
$$kg_{mz}^j = p_x^j \frac{1}{10} \quad (A.53)$$

$$kg_{py}^i = p_x^i \frac{1}{10} \quad (A.54)$$


$$kg_{py}^j = p_x^j \frac{1}{10} \quad (A.55)$$

$$kg_{mz}^i = - \left(p_x^i \frac{2 l_{ij}}{15} \right) \quad (A.56) \quad (2) \text{ compresión sobre barra con } +\varphi_z \text{ en nodo } i$$

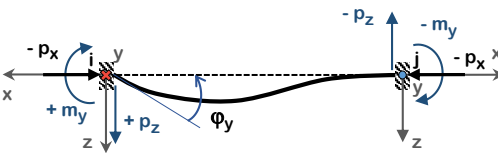
$$kg_{mz}^j = - \left(p_x^j \frac{l_{ij}}{30} \right) \quad (A.57)$$

$$kg_{pz}^i = - \left(p_x^i \frac{6}{5 l_{ij}} \right) \quad (A.58)$$


$$kg_{pz}^j = p_x^j \frac{6}{5 l_{ij}} \quad (A.59)$$

$$kg_{my}^i = - \left(p_x^i \frac{1}{10} \right) \quad (A.60) \quad (3) \text{ compresión sobre barra con } +\delta z \text{ en nodo } i$$

$$kg_{my}^j = p_x^j \frac{1}{10} \quad (A.61)$$

$$kg_{pz}^i = - \left(p_x^i \frac{1}{10} \right) \quad (A.62)$$


$$kg_{pz}^j = p_x^j \frac{1}{10} \quad (A.63)$$

$$kg_{my}^i = - \left(p_x^i \frac{2 l_{ij}}{15} \right) \quad (A.64) \quad (4) \text{ compresión sobre barra con } +\varphi_y \text{ en nodo } i$$

$$kg_{my}^j = p_x^j \frac{l_{ij}}{30} \quad (A.65)$$

Figura A.11: Rigidez geométrica de segundo orden. Acción de las fuerzas axiales sobre la barra deformada, los signos de los términos están afectados por el signo (-) de la fuerza de compresión

Las submatrices de rigideces no-lineal geométrica definidas por el efecto de 2do. orden de la barra deformada ij con carga axial actuante queda definida por las Ecuaciones A.66, A.67, A.68 y A.69.

$$[k_{ii}^g] = p_x^i \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{2l}{15} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2l}{15} \end{bmatrix} \quad (\text{A.66})$$

$$[k_{ij}^g] = p_x^i \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{30} \end{bmatrix} \quad (\text{A.67})$$

$$[k_{ji}^g] = k_{ij}^{gT} = -p_x^j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{30} \end{bmatrix} \quad (\text{A.68})$$

$$[k_{jj}^g] = p_x^j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{2l}{15} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2l}{15} \end{bmatrix} \quad (\text{A.69})$$

La matriz de rigidez no-lineal geométrica de 2do orden es simétrica respecto a la diagonal, finalmente queda definida para una barra ij por la Ecuación (A.70).

$$[k^g]_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_i^x \\ p_i^x \\ 0 \\ p_i^x \\ p_i^x \\ 0 \\ p_j^x \\ p_j^x \\ 0 \\ p_j^x \\ p_j^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{2l}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2l}{15} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{2l}{15} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{30} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2l}{15} \end{bmatrix} \quad (\text{A.70})$$

siendo $[p^x]_i$ y $[p^x]_j$ las fuerzas axiales con sus correspondientes signos de compresión y tracción actuando en la barra ij en los extremos i y j respectivamente. Los signos de los términos de la matriz geométrica de segundo orden estarán afectados por el signo negativo de compresión de las

fuerzas axiales p_x^i y p_x^j reduciendo la rigidez de la barra a los esfuerzos de flexión.

Hasta aquí en la estructura debe verificarse que se cumplan para todos los nudos el estado de equilibrio de fuerzas según las Ecuación A.71

$$\begin{aligned} P_n^x = 0 \quad P_n^y = 0 \quad P_n^z = 0 \quad (\text{para } n = 0 \text{ a } N - 1) \\ M_n^x = 0 \quad M_n^y = 0 \quad M_n^z = 0 \quad (\text{para } n = 0 \text{ a } N - 1) \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

A.3. Evaluaciones de las tensiones

Las barras de las estructuras están sujetas a los esfuerzos axiales, de cortes y de momentos flectores $p_x, p_y, p_z, m_x, m_y, m_z$, componentes respecto al SCP y aplicadas por el método de cálculo en los extremos de las barras, estas generan tensiones variables a lo largo del elemento en el eje x . Si cortáramos la barra en una sección cualquiera en x , tendríamos en esa sección nuevamente seis fuerzas que deberían estar en equilibrio respecto a los tres ejes $x_p y_p z_p$. Estas fuerzas de sección $N_{xx}, Q_{xy}, Q_{xz}, M_{xx}, M_{xy}, M_{xz}$ son efectos de las fuerzas causadas por las tensiones y ambas deben estar en equilibrio como se ve en las Ecuaciones A.72

$$\begin{aligned} N_{xx} = \int^A \sigma_{xx} dA \quad \left| \quad M_{xy} = \int^A \sigma_{xx} z dA \quad \right| \quad M_{xz} = \int^A \sigma_{xx} y dA \\ Q_{xz} = \int^A \tau_{xz} dA \quad \left| \quad Q_{xy} = \int^A \tau_{xy} dA \quad \right| \quad M_{xx} = \int^A \tau r dA \end{aligned} \quad (\text{A.72})$$

Para determinar la estabilidad y la resistencia de la estructura deberemos definir el estado tensional de trabajo de las barras para que no sobrepasen las tensiones admisibles del material, incluyendo el efecto de pandeo en las barras comprimidas o flexo-comprimidas. Las tensiones verificadas en los elementos incluyen las tensiones normales Ecuaciones A.73 y A.74 representadas en la Figura A.12 (1) y las producidas por los efectos de corte y torsión Ecuación A.75 representada en la Figura A.12 (2).

$$\sigma_{xx}^- = -\omega \frac{N_{xx}}{\Omega} - M_{xz} \frac{Y}{I_z} - M_{xy} \frac{Z}{I_y} \leq \sigma_{ac} \quad (\text{A.73})$$

$$\sigma_{xx}^+ = \frac{N_{xx}}{\Omega} + M_{xz} \frac{Y}{I_z} + M_{xy} \frac{Z}{I_y} \leq \sigma_{at} \quad (\text{A.74})$$

$$\tau_{xx} = \frac{Q_{xy} Az}{Z I_z} + \frac{Q_{xz} Ay}{Y I_y} + M_{xx} \frac{Z}{It} \leq \tau_a \quad (\text{A.75})$$

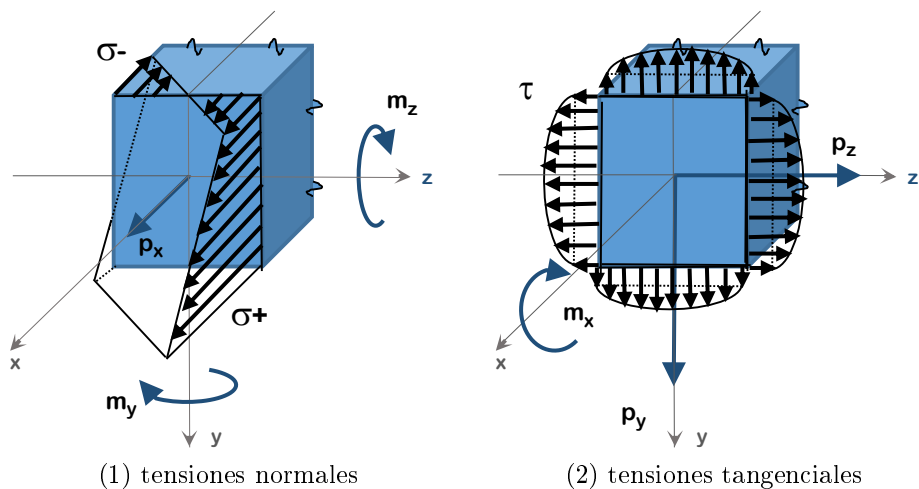


Figura A.12: Diagramas de tensiones de una barra

Términos	Descripción
Y	altura de la sección en sentido del eje y
Z	ancho de la sección en sentido del eje z
r	distancia polar respecto a los ejes $y_p z_p$
ta	espesor de la placa en sentido del eje y
tb	espesor de la placa en sentido del eje z
$\sigma_{xx} \pm$	tensión normal de trabajo en una sección determinada x del eje x
$\tau_{xx} \pm$	tensión tangencial de trabajo en una sección determinada x del eje x
σ_{at}	tensión admisible a la tracción
σ_{ac}	tensión admisible a la compresión
τ_a	tensión admisible al corte
ω	coeficiente de pandeo
N_{xx}	fuerza axial máxima y mínima en una sección determinada del eje x a lo largo del eje x
Q_{xy}	fuerza de corte en una sección determinada del eje x respecto al eje y
Q_{xz}	fuerza de corte en una sección determinada del eje x respecto al eje z
M_{xx}	momento torsor en una sección determinada en eje x alrededor del eje x
$\pm M_{xy}$	momento flexor máximo y mínimo en una sección determinada del eje x respecto al eje y
$\pm M_{xz}$	momento flexor máximo y mínimo en una sección determinada del eje x respecto al eje z
E	módulo de elasticidad longitudinal
G	módulo de elasticidad transversal
$l = l_{ij}$	longitud de la barra ij
I_z	momento de inercia respecto al eje z
I_y	momento de inercia respecto al eje y
A_z	momento estático respecto a al eje z
A_y	momento estático respecto a al eje y
It	módulo torsional o momento torsor respecto a los ejes yz

Tabla A.1: Descripción de los términos de las ecuaciones para el cálculo de estructuras

Bibliografía

- [AD08] E. Alba and B. Dorronsoro. *Cellular Genetic Algorithms*. Springer-Verlag, 2008.
- [Alb05] E. Alba, editor. *Parallel Metaheuristics: A New Class of Algorithms*. Wiley, 2005.
- [Arg81] R. Argüelles Álvarez. *Cálculo de estructuras, Tomo I*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes, 1981.
- [AT02] E. Alba and M. Tomassini. Parallelism and evolutionary algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(5):443 – 462, 2002.
- [Bö96] T. Bäck. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. Oxford University Press, 1996.
- [BFH03] F. Berman, G.C. Fox, and A.J.G. Hey. *Grid Computing. Making the Global Infrastructure a Reality*. Communications Networking and Distributed Systems. Wiley, 2003.
- [BNE07] N. Beume, B. Naujoks, and M. Emmerich. Sms-emoa: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. *European Journal of Operational Research*, 181(3):1653–1669, 2007.
- [BR03a] C. Blum and A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268 – 308, 2003.
- [BR03b] Christian Blum and Andrea Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Comput. Surv.*, 35(3):268–308, 2003.
- [CLV07] C. A. Coello, G. B. Lamont, and D. A. Van Veldhuizen. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Genetic and Evolutionary Computation Series. Springer, second edition, 2007.
- [CM75] J. L. Cohon and D. H. Marks. A review and evaluation of multiobjective programming techniques. *Water Resources Research*, 11(2):208 – 220, 1975.
- [CMRR03] V.-D. Cung, S. L. Martins, C. C. Ribeiro, and C. Roucairol. Strategies for the Parallel Implementation of Metaheuristics. In C.C. Ribeiro and P. Hansen, editors, *Essays and Surveys in Metaheuristics*, pages 263–308, Norwell, MA, USA, 2003. Kluwer Academic Publishers.
- [CT03] T. G. Crainic and M. Toulouse. Parallel strategies for metaheuristics. In F. W. Glover and G. A. Kochenberger, editors, *Handbook of Metaheuristics*, Norwell, MA, USA, 2003. Kluwer Academic Publishers.



- [CVL02] C.A. Coello, D.A. Van Veldhuizen, and G.B. Lamont. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Genetic Algorithms and Evolutionary Computation. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [Deb95] K. Deb. *Optimization for Engineering Design*. Prentice-Hall, New Delhi, 1995.
- [Deb00] K. Deb. An efficient constraint handling mechanism method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186(2/4):311 – 338, 2000.
- [Deb01a] K. Deb. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- [Deb01b] K. Deb. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- [Dem06] J. Demsar. Statistical comparison of classifiers over multiple data sets. *Journal of Machine Learning Research*, 7:1 – 30, 2006.
- [DN11] J. J. Durillo and A. J. Nebro. jmetal: A java framework for multi-objective optimization. *Advances in Engineering Software*, 42(10):760–771, 2011.
- [DNLA08] J. J. Durillo, A. J. Nebro, F. Luna, and E. Alba. A Study of Master-Slave Approaches to Parallelize NSGA-II. In *IEEE International Symposium on Parallel and Distributed Processing, 2008 - IPDPS 2008*, pages 1–8, 2008.
- [DPAM02a] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2):182 – 197, 2002.
- [DPAM02b] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2):182–197, 2002.
- [Edg81] F. Y. Edgeworth. *Mathematical Psychics*. P. Keagan, London, 1881.
- [Ehr05] M. Ehrgott. *Multicriteria Optimization*. Springer, second edition, 2005.
- [Fel01] C.A. Felippa. A historical outline of matrix structural analysis: a play in three acts. *Computers & Structures*, 79(14):1313 – 1324, 2001.
- [FK99] I. Foster and C. Kesselman. *The Grid: Blueprint for a New Computing Infrastructure*. Morgan-Kaufmann, 1999.
- [GK03] F. W. Glover and G. A. Kochenberger. *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer, 2003.
- [Glo77] F. Glover. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, 8:156 – 166, 1977.
- [Glo86] F. Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 13:533 – 549, 1986.
- [Glo98] F. Glover. A template for Scatter Search and Path Relinking. In J-K. Hao et al., editor, *Artificial Evolution*, number 1363 in LNCS, pages 13–54. Springer, 1998.
- [Gol89] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.

- [Gra69] R. L. Graham. Bounds on multiprocessor timing anomalies. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 17:416 – 429, 1969.
- [Ins15] Institution of Civil Engineers. About civil engineering, 2015. <http://www.ice.org.uk/About-civil-engineering>.
- [Kar77] R. M. Karp. Probabilistic analysis of partitioning algorithms for the traveling salesman problem in the plane. *Mathematics of Operations Research*, 2:209 – 224, 1977.
- [Kas12] Aslam Kassimali. *Matrix Analysis of Structures, 2nd Edition*. Cengage, Learning, 2012.
- [KC99a] J. Knowles and D. Corne. The pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for multiobjective optimization. In *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*, pages 9 – 105. IEEE Press, 1999.
- [KC99b] J. Knowles and D. Corne. The pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for multiobjective optimization. In *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*, pages 9–105, Piscataway, NJ, 1999. IEEE Press.
- [Ken99] J. Kennedy. Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance. In *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 1999)*, pages 1931 – 1938, 1999.
- [KGV83] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220:671 – 680, 1983.
- [KL05] S. Kukkonen and J. Lampinen. GDE3: The third evolution step of generalized differential evolution. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'2005)*, pages 443 – 450, 2005.
- [KTZ06] J. D. Knowles, L. Thiele, and E. Zitzler. A tutorial on the performance assessment of stochastic multiobjective optimizers. Technical Report TIK-Report 214, Computer Engineering and Networks Laboratory, ETHC Zurich, 2006.
- [LA11] G. Luque and E. Alba. *Parallel Genetic Algorithms. Theory and Real World Applications*. Springer-Verlag, 2011.
- [LA15] F. Luna and E. Alba. Parallel multiobjective evolutionary algorithms. In *Springer Handbook of Computational Intelligence*, pages 1017–1031. Springer, 2015.
- [LMS02] H. R. Lourenço, O. Martin, and T. Stützle. *Handbook of Metaheuristics*, chapter Iterated local search, pages 321 – 353. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [LZN⁺14] Francisco Luna, Gustavo R. Zavala, Antonio J. Nebro, Juan J. Durillo, and Carlos A. Coello Coello. Distributed multi-objective metaheuristics for real-world structural optimization problems. 2014.
- [Mie99] Kaisa M. Miettinen. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Boston, Massachusetts, 1999.
- [NDGN⁺09] A. J. Nebro, J. J. Durillo, J. M. García-Nieto, C. A. Coello Coello, F. Luna, and E. Alba. SMPSO: A new PSO-based metaheuristic for multi-objective optimization. In *2009 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision-Making*, pages 66 – 73, Nashville, TN, March 30 - April 2 2009. IEEE.

- [NDL⁺09] A. J. Nebro, J. J. Durillo, F. Luna, B. Dorronsoro, and E. Alba. Mocell: A cellular genetic algorithm for multiobjective optimization. *International Journal of Intelligent Systems*, 24(7):723 – 725, 2009.
- [Osy95] A. Osyczka. Multicriteria optimization for engineering design. In J. S. Gero, editor, *Design Optimization*, pages 193 – 227. Academic Press, 1995.
- [Par96] V. Pareto. *Cours D'Economie Politique*, volume I and II. F. Rouge, Lausanne, 1896.
- [Prz68] J.S. Przemieniecki. *Theory of Matrix Structural Analysis*. Dover Publications, Inc., New York, 1968.
- [Ree93] C.R. Reeves. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*. Blackwell Scientific Publishing, Oxford, UK, 1993.
- [Stu99] T. Stutzle. Local search algorithms for combinatorial problems analysis, algorithms and new applications. Technical report, DISKI Dissertationen zur Kunstliken Intelligenz. Sankt Augustin, Germany, 1999.
- [TCMT56] M. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, and L. J. Topp. Stiffness and deflection analysis of complex structures. Technical report, Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences) 23 (9) pp. 805-823, September 1956.
- [TDMM60] M.J. Turner, E.H. Dill, H.C. Martin, and R.J. Martin. Large deflections of structures subjected to heating and external loads. *Journal of the Aerospace Sciences*, pages 98–101, 1960.
- [Van99] D. A. Van Veldhuizen. *Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses, and New Innovations*. PhD thesis, Wright-Patterson, AFB, OH, 1999.
- [YM86] Y.B. Yang and W. McGuire. *Stiffness matrix for geometrix nonlinear analysis*. J. Struct. Eng. ACE, 112(4), 879, 1986.
- [ZL07] Q. Zhang and H. Li. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 11(6):712–731, 2007.
- [ZLT01] E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm. Technical Report 103, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, Switzerland, 2001.
- [ZNDL14] Gustavo R. Zavala, Antonio J. Nebro, Juan J. Durillo, and Francisco Luna. Integrating a multi-objective optimization framework into a structural design software. *Advances in Engineering Software*, 76(0):161 – 170, 2014.
- [ZNLCC15] Gustavo Zavala, Antonio J. Nebro, Francisco Luna, and Carlos A. Coello Coello. Structural design using multi-objective metaheuristics. comparative study and application to a real-world problem. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, pages 1–22, 2015.
- [ZNLCC14] Gustavo R. Zavala, Antonio J. Nebro, Francisco Luna, and Carlos A. Coello Coello. A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 49(4):537–558, 2014.

- [ZT99] E. Zitzler and L. Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4):257 – 271, 1999.
- [ZTL⁺03] E. Zitzler, L. Thiele, M. Laumanns, C. M. Fonseca, and V. G. da Fonseca. Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 7(2):114 – 132, 2003.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Índice de Tablas

2.1.	Variables and restricciones de la instancia 25N35E.	13
2.2.	Variables and restricciones de la instancia 133N_221B.	14
2.3.	Variables y restricciones de la instancia 837N_1584E.	15
3.1.	Ejemplo de tabla con los resultados del test de Wilcoxon. Fuente: [ZNLC15]. Leyenda original: Statistical comparison (Wilcoxon rank-sum test) summary for the I_{HV} values of the 25N_35B bridge instance. The symbols mean: the algorithm in the row is statistically better than the one in the column ('▲'), the opposite ('▽'), and no statistical difference ('-').	34
A.1.	Descripción de los términos de las ecuaciones para el cálculo de estructuras	66

Índice de figuras

1.1. Ejemplo de estructura de barras: nave industrial.	2
1.2. Clasificación por la conexión de las barras en las estructuras planas (2D) y espaciales (3D). En las figuras se resaltan líneas en color rojo indicando en la estructura cuales son los elementos barras y sus interconexiones llamados nodos	3
1.3. Tipos de formas de las secciones transversales de las barras y representación de sus dimensiones.	4
1.4. Fases seguidas durante la elaboración de esta tesis para problemas de diseño de estructuras.	6
2.1. Detalle esquemático de una porción de puente. Barras y partes a diseñar.	11
2.2. Ejecución de una metaheurística en Ebes+jMetal.	12
2.3. Problema 25N35E.	13
2.4. Problema 133N221E.	14
2.5. Problema 837N1584E.	14
3.1. Clasificación de las técnicas de optimización.	18
3.2. Conceptos de diversificación e intensificación.	20
3.3. Clasificación de las metaheurísticas.	21
3.4. Ejemplo del concepto de dominancia de Pareto.	24
3.5. Armazón (cercha) compuesto por cuatro barras.	25
3.6. Frente de Pareto del armazón de cuatro barras.	26
3.7. Formulación y frente de Pareto del problema DTLZ4.	26
3.8. Ejemplos de mala convergencia (a) y diversidad (b) en frentes de Pareto.	27
3.9. Ejemplo de ordenación (<i>ranking</i>) de soluciones en un MOP con dos objetivos.	28
3.10. Ejemplo de estimador de densidad para soluciones no dominadas en un MOP con dos objetivos.	29
3.11. Los dos modelos más populares para estructurar la población: celular y distribuido.	31
3.12. Hipervolumen delimitado por tres puntos A, B y C respecto al punto de referencia W.	33
3.13. Ejemplo de presentación de resultados usando boxplots. Fuente: [ZNLC15]. Leyenda original: Boxplot representation of the I_{HV} values obtained for the 133N_221B bridge	35
4.1. Variantes de problemas de diseño de barras: (1) Área sin tamaño, (2) tamaño, (3) forma, and (4) topología de la sección transversal	39
A.1. Ejemplo de una estructura definida en el SCG.	48
A.2. Regla de la mano derecha para indicar sentido positivo de los vectores y rotaciones	48
A.3. Sentidos positivos para fuerzas, momentos, desplazamientos y giros	49
A.4. Sentidos positivos de los SCL para los nodos de la barra	50

A.5. Ecuaciones de desplazamientos y rotaciones positivas en el nodo i y reacciones en el nodo j de una barra	52
A.6. Complejidad entre las estructuras planas y espaciales, grados de libertad por nodos (GL/N) y cantidad de coeficientes que contienen las matrices de coordenadas locales	55
A.7. Sistema de Coordenadas Principales de la sección	56
A.8. Estructura ejemplo de 4 barras espaciales	59
A.9. Matriz de rigidez ensamblada	60
A.10. Matriz de rigidez ensamblada penalizada	61
A.11. Rigidez geométrica de segundo orden. Acción de las fuerzas axiales sobre la barra deformada, los signos de los términos están afectados por el signo (-) de la fuerza de compresión	63
A.12. Diagramas de tensiones de una barra	66

Lista de Algoritmos

3.1. Plantilla o pseudocódigo de una metaheurística	20
3.2. Plantilla o pseudocódigo de un algoritmo evolutivo (EA).	21

Índice alfabético

- Óptimo local, 19
- Búsqueda local, 19
- Búsqueda local iterada, 21
- Cálculo de estructuras
 - Análisis Matricial de Estructuras, 47
 - Evaluaciones de las tensiones, 65
- Conjunto Óptimo de Pareto, 24
- Contribuciones, 37
- Diversificación, 20
- Dominancia de Pareto, 23
- Enfriamiento simulado, 21
- Estructuras, 9
 - Análisis Matricial de Estructuras
 - Sistema de Coordenadas Global, 47
- Estructuras de barras, 9
 - Procedimiento de diseño con optimización, 11
 - Procedimiento de diseño sin optimización, 10
- Evolutionary algorithms*, 21
- Exploración, 20
- Explotación, 20
- Frente de Pareto, 24
- Función
 - de *fitness*, 17
 - objetivo, 17
- Heurísticas
 - ad hoc*, 18
 - constructivas, 19
 - modernas, 19
- Indicador de calidad
 - Cubrimiento de conjuntos, 33
 - Dispersión (Δ), 32
 - Hipervolumen (*HV*), 33
- Intensificación, 20
- Introducción, 1
 - Contribuciones de la Tesis, 7
 - Motivación, 1
 - Objetivos y fases, 5
 - Organización de la Tesis, 8
- Método Matricial de la Rigidez, 47
 - Ecuación de desplazamientos de una barra en el SCG, 58
 - Ecuación de rigidez compacta de una barra en el SCG, 58
 - Ecuación de rigidez desarrollada de una barra en el SCG, 58
 - Ecuación compacta de la barra, 54
 - Ecuación de cosenos directores de eje x, 57
 - Ecuación de cosenos directores de eje y, 57
 - Ecuación de cosenos directores de eje z, 57
 - Ecuación de fuerzas convertidas del SCP al SCL, 57
 - Ecuación de la barra con submatrices, 54
 - Ecuación desarrollada de la barra, 53
 - Ecuación para convertir SCL al SCP en nodo i, 57
 - Ecuación para convertir SCL al SCP en nodo j, 57
 - Ecuación para convertir SCP al SCL, 56
 - Ecuaciones de 2do orden de la barra deformada, 63
 - Ecuaciones de acciones y reacciones en una barra, 52
 - Ecuaciones de esfuerzos de una barra en el SCG, 58
 - Matriz compacta de la estructura de barras ensambladas, 59
 - Matriz de la barra kii, 53
 - Matriz de la barra kij, 53
 - Matriz de la barra kji, 53
 - Matriz de la barra kjj, 53
 - Matriz de rigidez de la barra 3D en el Sistema de Coordenadas Local, 51



- Matriz de rigidez de la barra en el Sistema de Coordenadas Global, 55
- Matriz de rigidez geométrica de 2do orden, 62
- Matriz de rigidez no-lineal de la barra, 62
- Matriz de rigidez no-lineal geométrica de segundo orden, 61
- Matriz de rotación β respecto al nodo i, 56
- Matriz de rotación β respecto al nodo j, 56
- Matriz geométrica no-lineal de la barra, 61
- Sistema de Coordenadas Global
 - Ensamblaje de la matriz de rigidez, 58
- Sistema de Coordenadas Local, 50
- Submatrices de rigideces no-lineal geométrica de 2do orden, 63
- Submatrices de rigideces no-lineal geométrica de 2do orden de la barra, 64
- Manejo de restricciones, 29
- Metaheurística, 17, 19
 - basada en población, 20
 - basada en trayectoria, 20
- Modelos paralelos de metaheurísticas
 - celular, 31
 - distribuido, 31
 - maestro-esclavo, 30
 - paralelización global, 30
- Optimalidad de Pareto, 23
- Optimización multi-objetivo, 22
 - Decision maker, 22
- Optimización multi.objetivo
 - MOP, 22
- Problema de optimización
 - binaria, 18
 - continua, 18
 - definición formal, 17
 - entera, 18
 - heterogénea, 18
- Problemas propuestos, 12
 - Puente 133N221E, 13
 - Puente 25N35E, 13
 - Puente 837N1584E, 14
- Secciones transversales, 3
- Técnicas de optimización
 - aproximadas, 18
 - exactas, 18
- Vecindario, 19

Síntesis

Tesis Doctoral: OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO APLICADA A PROBLEMAS REALES DE INGENIERÍA CIVIL

Autor: Gustavo Rubén Zavala

Directores: Antonio Jesús Nebro Urbaneja y Francisco Luna Valero

Departamento: Lenguajes y Ciencias de la Computación

En las dos últimas décadas se han producido muchos avances en el campo de la optimización multi-objetivo con metaheurísticas, pero han sido pocos los trabajos que han abordado problemas de ingeniería civil del mundo real, como el dimensionamiento integral de estructuras de barras espaciales que incluyen nodos rígidos, materiales distintos y efectos de segundo orden.

El dimensionamiento integral de una estructura civil en una sola etapa, es decir, determinar los parámetros geométricos de las secciones transversales de todos los elementos que componen la estructura, se vuelve cada vez más complejo cuando el tamaño de la estructura crece. Éste es un problema de optimización multi-objetivo con restricciones porque si se quiere reducir costes económicos (en términos de la cantidad de material utilizado) no se puede hacer sin tener en cuenta las deformaciones que pueden dejar a la estructura fuera de servicio. En este punto entran en juego las restricciones que limitan las soluciones para que la estructura sea estable, garantizando la resistencia de los materiales y las proporciones geométricas (espesor - altura de las placas y ancho - alto de las barras).

En este contexto, se ha realizado una revisión del estado del arte que ha dado lugar a la publicación: "A Survey of Multi-objective Metaheuristics. Applied to Structural Optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization. Volumen 59, Número 4, páginas: 537-558. 2013", donde se han recopilado 58 artículos relevantes desde 1992 hasta 2012. También se ha propuesto una clasificación con la que se ha logrado agrupar y determinar la complejidad de los problemas y que técnicas metaheurísticas empleadas para el diseño estructural. Las conclusiones alcanzadas han sido que se ha investigado poco sobre el comportamiento de las técnicas metaheurísticas de optimización multi-objetivo para resolver problemas como los planteados en este trabajo de tesis, así como que tampoco se han utilizado técnicas recientes.

Para poder investigar sobre metaheurísticas multi-objetivo y la resolución de problemas de estructuras civiles ha sido necesario de implementar nuevas herramientas software que no estaban disponibles. El enfoque seguido ha sido combinar un software de diseño de estructuras realizado por el doctorando llamado Ebes (Estructuras de Barras Espaciales) con el framework de optimización multi-objetivo jMetal. El resultado ha sido la herramienta jMetal+EBEs, que se ha publicado en "Integrating a Multi-Objective Optimization Framework Into a Structural Design Software. Advances in Engineering Software. Volumen 76, páginas: 161-170. Octubre 2014".

Las líneas de investigaciones abiertas han propiciado investigar la factibilidad y eficiencia de los algoritmos para diseñar estructuras civiles de diferente complejidad. En este contexto, se han diseñado dos puentes atirantados de distinto tamaño, dando lugar a dos problemas de corte real, y se han abordado con un conjunto representativo de metaheurísticas multi-objetivo representativas del estado del arte. El estudio llevado a cabo se ha presentado en el artículo "Structural Design using Multiobjective Metaheuristics. Comparative Study and Application to a Real World Problem. Structural and Multidisciplinary Optimization. Aceptado el 21 de Junio de 2015."

En el cuarto artículo que avala la tesis doctoral ("Distributed multiobjective metaheuristics for real-world structural optimization problems". Computer Journal. En prensa desde el 21 de Agosto de 2014) se ha realizado un estudio sobre una estructura civil de muy alta dimensionalidad, que consiste en un puente atirantado de más de 160 metros de largo. Abordar su resolución ha obligado a implementar metaheurísticas paralelas para poder usar un clúster de más de 400 núcleos, con el que se han obtenido resultados satisfactorios en unas horas que, de otra manera, usando un único ordenador, hubiera llevado más de medio año de cómputo.

DOI de las publicaciones

Tesis Doctoral: OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO APLICADA A PROBLEMAS REALES DE INGENIERÍA CIVIL

Autor: Gustavo Rubén Zavala

Directores: Antonio Jesús Nebro Urbaneja y Francisco Luna Valero

Departamento: Lenguajes y Ciencias de la Computación

[1] DOI: 10.1007/s00158-013-0996-4

G.R. Zavala, A.J. Nebro, F. Luna, C.A. Coello Coello. A Survey of Multi-objective Metaheuristics Applied to Structural Optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization.

Volumen 59, Número 4, páginas: 537-558. Octubre 2013.

[2] DOI: 10.1016/j.advengsoft.2014.07.002

G.R. Zavala, A.J. Nebro, Juan J. Durillo, F. Luna. Integrating a Multi-Objective Optimization Framework Into a Structural Design Software. Advances in Engineering Software.

Volumen 76, páginas: 161-170. Octubre 2014.

[3] DOI: 10.1007/s00158-015-1291-3

G.R. Zavala, A.J. Nebro, F. Luna, C.A. Coello Coello. Structural Design using Multiobjective Metaheuristics. Comparative Study and Application to a Real-World Problem. Structural and Multidisciplinary Optimization. En prensa desde el 29 de octubre de 2015. ISSN: 1615-147X. Páginas: 1-22.

[4] DOI: 10.1093/comjnl/bxu082

F. Luna, G.R. Zavala, A.J. Nebro, J.J. Durillo, C.A. Coello Coello Distributed multiobjective metaheuristics for real-world structural optimization problems. En prensa desde el 21 de Agosto de 2014. Computer Journal.